64 250
Real- u. Obergymnasium.

PROGRAM

KRALJEVSKE VELIKE GIMNAZIJE

U

ZAGREBU

KONCEM ŠKOLSKE GODINE

1870—71.

U Zagrebu.

Tiskom narodne tiskarne dra. Ljudevita Gaja.

74.54 C

Digitized by Google

Digitized by Google

Nauk o determinantih

na srednjoj školi.

Zamašni napredak matematike i od nje ovisnih znanostih u našem věku može pravom zahtěvati, da se nanj obazire u podučavanju te znanosti na srednjih školah, da se po tom temeljni njezini nauci što znanstvenije osnuju i da se poněšto razšire medje, u kojih se početna obuka još sveudilj kreće, t. j. da se uvèrste u krug njezina razmatranja počela nekojih teorijah, koje same po sebi već sačinjavaju znanstvenu cělinu. To su naročito tri: teorija brojevah, nauk o jednačbah i nauk o determinantih.

Osobita je posledња teorija obzira vrědna ne samo zato, što je sama za se vele zanimiva i što matematične sposobnosti učenikah silno pobudjuje i oživljuje: već su joj i mnogobrojne uporabe, osobito na analitičnu geometrijn merodavne, da joj se město u elementarnoj obuci doznači. To me je prinukalo, da pokušam u ovih redcih počela te teorije razvijati što jednostavnije i popularnije, dajuć time boljim učenikom priliku, da pozornost svoju svraćaju na znanost, koje u savèršenosti i u bogatom materijalu nijedna druga ne nadkriljuje.

I. Determinanti drugog stupnja.

§. 1. Predpostavimo dvě jednačbe pèrvoga stupnja sa dvěma nepoznaticama:

$$1.)\quad \begin{aligned} a_1 x + b_1 y &= k_1 \\ a_2 x + b_2 y &= k_2 \end{aligned}$$

to ćemo dobiti, ako ih rěšimo:

$$2.)\qquad x = \frac{k_1\ b_2 - k_2\ b_1}{a_1\ b_2 - a_2\ b_1} \quad \text{i} \quad y = \frac{a_1\ k_2 - a_2\ k_1}{a_1\ b_2 - a_2\ b_1}.$$

Zajednički nazivnik otih slomakah: $a_1\ b_2 - a_2\ b_1$ nazivljemo **determinantom** drugog stupnja, te ga simbolično označimo sa

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$a_1\ b_1$ i $a_2\ b_2$ **redovi** su tog determinanta (Zeile, ligne, line), a $a_1\ a_2$ te $b_1\ b_2$ nazvati ćemo **stupce** (Reihe, colonne, column). Sva su četiri broja **elementi** determinanta.

Jednačba

$$3.)\qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1\ b_2 - a_2\ b_1$$

sadèržava dakle definiciju determinanta drugog stupnja. Po tome će biti:

$$4.)\qquad \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1\ b_2 - a_2\ b_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Determinant ne mènja dakle vrědnosti, ako naměsto stupacah stavimo redke, a naměsto redakah stupce.

Digitized by Google

Nadalje jest:

$$\begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix} = b_1\ a_2 - b_2\ a_1 = -\ (a_1\ b_2 - a_2\ b_1) \qquad \text{i}$$

$$\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = a_2\ b_1 - a_1\ b_2 = -\ (a_1\ b_2 - a_2\ b_1) \qquad \text{t. j.}$$

5.) $$\begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Ako stupci ili redovi mĕsta svoja zaměne, tako da bude pèrvi stupac ili red drugim i obratno proměni determinant samo proznaku, dočim mu absolutna vrĕ inost ista ostaje. Važno je, da ovdje već opažamo, da se determinant sastoji iz pozitivnoga i negativnoga proizvoda dvaju elementah. Motrimo li pèrv. član $+ a_1\ b_2$, to vidimo, da se elemenat b_2 ne nalazi niti u istom stupcu niti u istom redku sa a_1. Isto opazimo i u drugom članu $- a_2\ b_1$.

Ako su obadva stupca ili obadva redka jednaka, tada se osvĕdočimo, da determinant identično izčezne

6.) $$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} a_1 & a_1 \\ a_2 & a_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Isto tako postaje ništicom, ako su elementi kojega reda ili stupca ništice:

7.) $$\begin{vmatrix} 0 & b_1 \\ 0 & b_2 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Ako se elementi kojega reda ili stupca pomnože sa brojem m, množi se time cĕli determinant, n. p

8.) $$m. \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ma_1 & b_1 \\ ma_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ma_1 & mb_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -a_1 & b_1 \\ -a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -a_1 & -b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Ako su elementi kojega reda ili stupca svote od više članovah, raztvori se determinant u svotu od isto toliko jednostavnih determinantah.

N. p. $a_1 = \alpha_1 + \beta_1 \qquad a_2 = \alpha_2 + \beta_2.$

9.) $$\begin{vmatrix} \alpha_1 + \beta_1 & b_1 \\ \alpha_2 + \beta_2 & b_2 \end{vmatrix} = (\alpha_1 + \beta_1)\ b_2 - (\alpha_2 + \beta_2)\ b_1 = (\alpha_1\ b_2 - \alpha_2\ b_1) + (\beta_1\ b_2 - \beta_2\ b_1) =$$

$$= \begin{vmatrix} \alpha_1 & b_1 \\ \alpha_2 & b_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \beta_1 & b_1 \\ \beta_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Brojnici od x y (2) takodjer su determinanti, naime:

$$k_1\ b_2 - k_2\ b_1 = \begin{vmatrix} k_1 & b_1 \\ k_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad a_1\ k_2 - a_2\ k_1 = \begin{vmatrix} a_1 & k_1 \\ a_2 & k_2 \end{vmatrix}.$$

Uslĕd te opazke pišu se jed. (2) i ovim oblikom:

10.) $$x = \begin{vmatrix} k_1 & b_1 \\ k_2 & b_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, \qquad y = \begin{vmatrix} a_1 & k_1 \\ a_2 & k_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

II. Determinanti trećeg stupnja.

§. 2. Da rĕšimo jednačbe sa tri nepoznatice:

1.) $$a_1\ x + b_1\ y + c_1\ z = k_1$$
$$a_2\ x + b_2\ y + c_2\ z = k_2$$
$$a_3\ x + b_3\ y + c_3\ z = k_3$$ pomnožimo

sa predbĕžno neizvĕstnimi brojevi λ i μ drugu, odnosno treću jednačbu; sbrojiv onda sve tri, dobiti ćemo:

Digitized by Google

2.) $(a_1 + \lambda a_2 + \mu a_3)\, x + (b_1 + \lambda b_2 + \mu b_3)\, y + (c_1 + \lambda c_2 + \mu c_3)\, z = k_1 + \lambda k_2 + \mu k_3$

λ i μ mogu se uvěk tako opreděliti da odgovaraju jednačbami:

$$3.) \qquad b_1 + \lambda b_2 + \mu b_3 = 0$$
$$c_1 + \lambda c_2 + \mu c_3 = 0,$$

te se time svede jed. (2.) u

$$4.) \qquad (a_1 + \lambda a_2 + \mu a_3)\,.\,x = k_1 + \lambda k_2 + \mu k_3.$$

Iz jednačbah (3) slědi po propisu §. 1. (10)

$$\lambda = \frac{\begin{vmatrix} -b_1 & b_3 \\ -c_1 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}} \qquad \text{i}$$

$$\mu = \frac{\begin{vmatrix} b_2 & -b_1 \\ c_2 & -c_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} -b_1 & b_2 \\ -c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}} = +\frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}} \qquad \text{(po §. 1. 5, 8).}$$

Označimo radi kratkoće determinante, koji se nam ovdje pokažu ovim načinom:

$$5.) \qquad \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} = A_1 \qquad -\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} = A_2 \qquad \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} = A_3$$

to možemo onda pisati:

$$6.) \qquad \lambda = \frac{A_2}{A_1} \qquad \mu = \frac{A_3}{A_1}.$$ Otuda slědi zaměnjivanjem u (4):

$$(a_1 + \frac{A_2}{A_1}\, a_2 + \frac{A_3}{A_1}\, a_3)\, x = (k_1 + \frac{A_2}{A_1}\, k_2 + \frac{A_3}{A_1}\, k_3); \quad \text{dakle}$$

$$7.) \qquad x = \frac{A_1 k_1 + A_2 k_2 + A_3 k_3}{A_1 a_1 + A_2 a_2 + A_3 a_3}.$$

Nazivnik $A_1 a_1 + A_2 a_2 + A_3 a_3$ ili

$$a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

imenujemo determinantom trećeg stupnja, te ga označimo simbolično sa

$$8.) \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Pišuć svaki put samo po jedan elemenat pèrvoga stupca, izpustiv ujedno sve elemente, nalazeće se u istom redku sa dotičnim, to si predočimo, kojim se načinom takov determinat sastavlja:

$$\begin{vmatrix} a_1 & & \\ & b_2 & c_2 \\ & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} & b_1 & c_1 \\ a_2 & & \\ & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} & b_1 & c_1 \\ & b_2 & c_2 \\ a_3 & & \end{vmatrix}$$

Brojnik od x takodjer jest determinant, jer je:

$$A_1 k_1 + A_2 k_2 + A_3 k_3 = \begin{vmatrix} k_1 & b_1 & c_1 \\ k_2 & b_2 & c_2 \\ k_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Determinanti drugoga stupnja A_1 A_2 A_3 zovu se **minori** elemenatah a_1 a_2 a_3 (minor, Unter-Determinante). Ovi nesadèržavaju a_1 a_2 a_3.

Elemenat a_1 stojeći u pèrvom redku i pèrvom stupcu ima za koeficient A_1 determinant drugog stupnja, sastojeći se samo iz elemenatah drugoga i trećega reda i stupca. Isto tako opazimo i u A_2 (koefi-

Digitized by Google

cientu od a_2 u pèrvom stupcu i drugom redku), da se sastoji iz elemenatah, koji ne stoje niti u pèrvom stupcu, niti u drugom redku. Determinant trećega stupnja sastoji se dakle iz šest članovah, od kojih je svaki proizvod triju elementah, svaki elemenat iz inoga reda i stupca, ali su takodjer u svakom članu svi stupci i svi redovi zastupani. Troje ovih članovah imade pozitivnu, troje pako negativnu proznaku.

Sada ćemo dokazati, da su u determinantah trećega stupnja sva ona svojstva, kojimi se upoznasmo u determinantah drugoga stupnja.

§. 3. Iz jednačbah (6) uzete vrědnosti od λ i μ stavljene u jednačbe (3) daju nam, ako podjedno pomnožimo dobivene jednačbe sa A_1:

$A_1\ b_1 + A_2\ b_2 + A_3\ b_3 = 0$

$A_1\ c_1 + A_2\ c_2 + A_3\ c_3 = 0$. Izrazi na lěvih stranah tih jednačbah razlikuju se od determinanta $A_1\ a_1 + A_2\ a_2 + A_3\ a_3$ samo u tom, što na město a stoje b i c: s toga su takodjer determinanti, te ako ih napišemo u obliku determinantskom:

$$1.)\quad \begin{vmatrix} b_1 & b_1 & c_1 \\ b_2 & b_2 & c_2 \\ b_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} c_1 & b_1 & c_1 \\ c_2 & b_2 & c_2 \\ c_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Stavimo u jednačbi [§. 2. (8)]:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$b_1 = c_1$, $b_2 = c_2$, $b_3 = c_3$, to su na desnoj strani stojeći determinanti drugog stupnja istovětno jednaki ništici: cěli dakle izraz izčezne, pa mi dobijemo:

$$1.)a \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & b_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Determinant izčezne dakle identično, ako su ma koja dva stupca jednaka.

Iz iste jednačbe izvodimo obzirom na §. (6), (8).

$$2.)\quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_1 & b_1 & e_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Determinant postaje ništicom, ako su ma koja dva redka jednaka.

Zaměnimo-li u više pomenutoj jednačbi drugi i treći stupac, t. j. stavimo b na město c i obratno, to će onda na desnoj strani stojeći determinanti proznaku měnjati, dakle cěli izraz. S toga je razloga:

$$3.)\quad \begin{vmatrix} a_1 & c_1 & b_1 \\ a_2 & c_2 & b_2 \\ a_3 & c_3 & b_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Determinant měnja samo proznaku, ako dva stupca města zaměne.

Zaměnimo sada dva redka, n. p. pèrvi i drugi. U tom će biti slučaju:

$$\begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix}$$

$$= - \left\{ a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\}$$

$$\text{t. j.}\quad 4.)\qquad \begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Digitized by Google

Isti ćemo rezultat dobiti, ako kojagod druga dva redka zaměnimo. Povlašteni smo dakle izreći, da *determinant samo proznaku měnja, ako dva redka města svoja zaměne.*

Iz ovoga je svojstva moguće izvadjati jednačbe 1. i 2.). Zaměnimo naimé dva jednaka stupca ili redka, to se neće determinant, kojeg odsele sa Δ označimo, nikako proměniti; dakle mora biti po 3.) i 4.)

$$\Delta = -\Delta, \text{ t. j. } \Delta = 0.$$

§. 4. Pomnožimo-li u jednačbi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$

zadnja dva determinanta na desnoj strani sa $-a_2$, odnosno $+a_3$, proměniv ujedno oblik pèrvomu determinantu, to ćemo imati:

$$\Delta = a_1 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & -a_2 & b_3 \\ c_1 & -a_2 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & a_3 & b_2 \\ c_1 & a_3 & c_2 \end{vmatrix}$$

zadnja dva determinanta stegnu se u jedan [§. 1. (9)] i jednačba prelazi u slěćeću;

$$\Delta = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_2 & a_3 b_2 - a_2 b_3 \\ c_1 & a_3 c_2 - a_2 c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} b_1 & a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ c_1 & a_2 c_3 - a_3 c_2 \end{vmatrix} =$$

$$= a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

ako determinant razvijemo, pišući dvočlanične elemente drugoga stupca u determinantskom obliku.

Prispodabljaj sada desnu stranu te jednačbe sa jed. 8.) u §. 2. pa ćeš uviditi, da je to determinant, komu je oblik:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Taj se razlikuje od Δ samo tim, da su u njem stupci, što bijahu prije redovi, a redovi da su prijašnji stupci. Svojstvo to determinantah drugog stupnje nadje se dakle i u determinantih trećeg stupnja.

Tako ćemo proměniti desnu stranu stečene jednačbe:

$$\Delta = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

umnoživ pèrvi i treći determinant sa pred njim stojećimi brojevi:

$$\Delta = -b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ a_1 c_2 & a_1 c_3 \\ -a_2 c_1 & -a_3 c_1 \end{vmatrix}$$

$$= -b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ a_1 c_2 - a_2 c_1 & a_1 c_3 - a_3 c_1 \end{vmatrix}$$

$$= -b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} - b_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$

ili, ako u pèrvom i trećem det. stupce zaměnimo.

$$\Delta = b_1 \begin{vmatrix} a_3 & a_2 \\ c_3 & c_2 \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + b_3 \begin{vmatrix} a_2 & a_1 \\ c_2 & c_1 \end{vmatrix}$$

$$= b_1 \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + b_3 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix}$$

Digitized by Google

Istim bismo načinom dobili:

$$1.) \qquad \Delta = c_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} + c_2 \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} + c_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

Poprimiv prijašnja naša označivanja pisati ćemo jednostavnije:

$$\Delta = B_1\ b_1 + B_2\ b_2 + B_3\ b_3$$
$$1.)a \qquad = C_1\ c_1 + C_2\ c_2 + C_3\ c_3.$$

Koeficienti $B_1\ B_2 \ldots C_1 \ldots$ jesu minori elemenata $b_1\ b_2 \ldots c_1 \ldots$ *Svaki se dakle determinant može razvijati po elementih ma kojega stupca,* ili: *Determinant linearna je funkcija elemenatah jednoga stupca.*

Malo prije nadjosmo

$$x = \frac{A_1\ k_1 + A_2\ k_2 + A_3\ k_3}{\Delta}. \qquad [\S.\ 2.\ (7)].$$

Ako potražimo istim putem y i z, to ćemo naći:

$$y = \frac{B_1\ k_1 + B_2\ k_2 + B_3\ k_3}{\Delta}$$

$$z = \frac{C_1\ k_1 + C_2\ k_2 + C_3\ k_3}{\Delta}.$$

Zaměni sada ove vrědnosti u jed. 1.) §. 2. te će iz prve od navedenih jednačbah postati slědeće:

$$a_1\ (A_1\ k_1 + A_2\ k_2 + A_3\ k_3) + b_1\ (B_1\ k_1 + B_2\ k_2 + B_3\ k_3) + c_1\ (C_1\ k_1 + C_2\ k_2 + C_3\ k_3) = k_1\ .\ \Delta$$

ili, ako urediš po $k_1\ k_2\ k_3$:

$$(A_1\ a_1 + B_1\ b_1 + C_1\ c_1)\ k_1 + (A_2\ a_1 + B_2\ b_1 + C_2\ c_1)\ k_2 + (A_3\ a_1 + B_3\ b_1 + C_3\ c_1)\ k_3 = \Delta\ .\ k_1.$$

Jednačba mora biti istovětna, dakle koeficienti od $k_1\ k_2\ k_3$ na obe strane jednaki, t. j.

$$2.) \qquad A_1\ a_1 + B_1\ b_1 + C_1\ c_1 = \Delta$$
$$A_2\ a_1 + B_2\ b_1 + C_2\ c_1 = 0$$
$$A_3\ a_1 + B_3\ b_1 + C_3\ c_1 = 0$$

Druga i treća jednačba daju:

$$A_1\ a_2 + B_1\ b_2 + C_1\ c_2 = 0$$
$$A_2\ a_2 + B_2\ b_2 + C_2\ c_2 = \Delta$$
$$A_3\ a_2 + B_3\ b_2 + C_3\ c_2 = 0$$
$$A_1\ a_3 + B_1\ b_3 + C_1\ c_3 = 0$$
$$A_2\ a_3 + B_2\ b_3 + C_2\ c_3 = 0$$
$$A_3\ a_3 + B_3\ b_3 + C_3\ c_3 = \Delta.$$

Šest ovih jednačbah, kojim je na desnoj strani ništica, potvèrdjuju na novo rezultate, bilježene u §. 3. jedn. 1.) 2.). Ostale tri uče, *da je moći razvijati determinant po elementih ma kojega redka.*

§. 5. Pomoćju ovih odnošajah dokažemo istinitost drugih zasadah, kojimi se upoznasmo kod determinantah drugog stupnja. N. p.

$$\begin{vmatrix} a_1 + \alpha_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + \alpha_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 + \alpha_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = A_1\ (a_1 + \alpha_1) + A_2\ (a_2 + \alpha_2) + A_3\ (a_3 + \alpha_3) =$$

$$= (A_1\ a_1 + A_2\ a_2 + A_3\ a_3) + (A_1\ \alpha_1 + A_2\ \alpha_2 + A_3\ \alpha_3) =$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_1 & b_1 & c_1 \\ \alpha_2 & b_2 & c_2 \\ \alpha_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots (1.$$

Digitized by Google

Isto tako bude:

$$\begin{vmatrix} a_1 + \alpha_1 & b_1 + \beta_1 & c_1 + \gamma_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Ako se ima determinant pomnožiti:

$$m \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = m\,(B_1\ b_1 + B_2\ b_2 + B_3\ b_3) =$$

$$= mb_1 \,.\, B_1 + mb_2 \,.\, B_2 + mb_3 \,.\, B_3 =$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & mb_1 & c_1 \\ a_2 & mb_2 & c_2 \\ a_3 & mb_3 & c_3 \end{vmatrix} \ldots\ldots \text{(2 ili pako:}$$

$$m \,.\, \Delta = m\,(A_1\ a_1 + B_1\ b_1 + C_1\ c_1) = ma_1 \,.\, A_1 + mb_1\ B_1 + mc_1\ C_1,$$

$$\text{t. j. } m \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ma_1 & mb_1 & mc_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \ldots\ldots \text{(2a.}$$

Determinant se množi brojem, ako se svi elementi kojega mu drago stupca ili reda množe istim brojem, i **obratno**: *Ako svi elementi kojega stupca ili reda zajedničkoj koj činbenik imaju, može se taj kao činbenik determinantu smatrati i predanj staviti.*

Osobito je važna i slědeća zasada:

$$(a_1 + mb_1)\ A_1 + (a_2 + mb_2)\ A_2 + (a_3 + mb_3)\ A_3 =$$

$$= (a_1\ A_1 + a_2\ A_2 + a_3\ A_3) + m\,(b_1\ A_1 + b_2\ A_2 + b_3\ A_3)$$

drugi član na desnoj strani izčezne [§. 4. (2)], i ako se ostalo u obliku determinantskom piše, imademo:

$$\begin{vmatrix} a_1 + mb_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + mb_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 + mb_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \ldots\ldots \text{(3.}$$

Zasada u ovoj jednačbi sadèržavana valja takodjer i za ostale stupce i za redke.

Ako u kojem redku ili stupcu izčeznu svi elementi do jednog, preostaje samo determinant drugoga stupnja, pomnožen sa pomenutim elementom. N. p.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 0 & b_2 & c_2 \\ 0 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 0 & b_2 & 0 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = b_2 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} \ldots\ldots \text{(4.}$$

Ovo slědi neposredno iz §. 4. (2).

Obratno je moguće svaki determinant drugoga stupnja oblikom det. trećega stupnja predstavljati:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & m & n \\ 0 & a_1 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ m & a_1 & b_1 \\ n & a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & m & b_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ a_2 & n & b_2 \end{vmatrix} \ldots\ldots \text{(5.}$$

m i n sasvim su neizvěstni brojevi.

§. 6. Ovimi zasadami možeš determinant izračunati ne razviši ga u determinante nižega stupnja ili u agregat pojedinih članovah, iz kojih se sastoji. Pomnoži u determinantu *)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 13 & 28 & 5 \\ 9 & 5 & 11 \\ 4 & 14 & 9 \end{vmatrix}$$

*) Baltzer. Theorie und Anwendung der Determinanten. 3. Auflage. §. 3., 6.

Digitized by Google

treći redak sa 3, te ga odbij od pèrvoga:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -14 & -22 \\ 9 & 5 & 11 \\ 4 & 14 & 9 \end{vmatrix}.$$

Pomnoži nadalje pèrvi stupac sa 14 i 22 i pribroji ga drugomu, odnosno trećemu:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 9 & 131 & 209 \\ 4 & 70 & 97 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 131 & 209 \\ 70 & 97 \end{vmatrix}$$

Pomnožimo sada drugi redak sa 3, i odbijemo ga od pèrvoga:

$$\begin{vmatrix} -9 & 15 \\ 70 & 97 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -9 & 15 \\ -2 & 217 \end{vmatrix}$$

Ako se pèrvi redak sa 8 pomnoži pa drugomu dodaje. Konačno jest:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -9, & +15 \\ -2, & +217 \end{vmatrix} = -3 \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 217 \end{vmatrix} = -3 \,.\, (3 \,.\, 217 - 2 \,.\, 5) = -1923$$

Sličnim se načinom izračuna det.:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & a & c \\ c & b & a \end{vmatrix}$$

Pribrojiv drugi i treći stupac pèrvomu dobiješ:

$$\begin{vmatrix} a+b+c & b & c \\ a+b+c & a & c \\ a+b+c & b & a \end{vmatrix} = (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & a & c \\ 1 & b & a \end{vmatrix}$$

Ako se sada odbije od drugog i trećeg redka pèrvi:

$$(a+b+c) \,.\, \begin{vmatrix} 1, & b, & c \\ 0, & a-b, & c \\ 0, & 0, & a-c \end{vmatrix} = (a+b+c) \begin{vmatrix} a-b, & 0 \\ 0 & a-c \end{vmatrix}$$

dakle vrědnost determinanta:

$$(a+b+c)\,(a-b)\,(a-c).$$

Jednostavan pokus uvěrava nas ob istinitosti toga iznoska. Stavimo u jednačbi:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & a & c \\ c & b & a \end{vmatrix} = (a+b+c)\,(a-b)\,(a-c)$$

$a = b$ ili $a = c$, to izčezava proizvod na desnoj strani; da je dat. na lěvoj strani strani ništicom, o tom se osvědočimo pribrojiv treći stupac pèrvomu:

$$\begin{vmatrix} a & a & c \\ a & a & c \\ c & a & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+c & a & c \\ a+c & a & c \\ a+c & a & a \end{vmatrix} = a\,(a+c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & c \\ 1 & 1 & c \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} = 0.$$

§. 7. Jednačbami

$$\begin{aligned} a_1\,x + b_1\,y + c_1\,z &= k_1 \\ a_2\,x + b_2\,y + c_2\,z &= k_2 \\ a_3\,x + b_3\,y + c_3\,z &= k_3 \end{aligned} \quad \ldots\ldots \text{(1. zadovoljavaju,}$$

kao što nadjosmo, ove vrědnosti

$$x = \frac{A_1\,k_1 + A_2\,k_2 + A_3\,k_3}{\Delta}; \quad y = \frac{B_1\,k_1 + B_2\,k_2 + B_3\,k_3}{\Delta}; \quad z = \frac{C_1\,k_1 + C_2\,k_2 + C_3\,k_3}{\Delta}$$

Digitized by Google

Razvidimo sada slučaj, kada su $k_1 = k_2 = k_3 = 0$. Jednačbe (1. prelaze tada u:

$$a_1 x + b_1 y + e_1 z = 0 \quad \ldots\ldots (2$$
$$a_2 x + b_2 y + c_2 z = 0$$
$$a_3 x + b_3 y + c_3 z = 0, \quad \text{a } x, y \text{ i } z$$

postaju ništicami: brojnici bo izčezavaju. Drugo je pako, ako nazivnik Δ takodjer izčezne; u tom slučaju treba razlikovati, da li su k_1, k_2, $k_3 = 0$ ili ne.

Ako nisu, onda postaju sve tri nepoznatice bezkonečnimi, što je znak, da si jednačbe protuslove.

Ako jesu, onda zadovoljavaju izvan $x = y = z = 0$ druge vrědnosti jednačbami. To nas uči ovo razmatranje:

Podělimo-li sve tri jednačbe sa z i stavimo za tim $\frac{x}{z} = \xi$ $\frac{y}{z} = \eta$, to bude:

$$a_1 \xi + b_1 \eta + c_1 = 0$$
$$a_2 \xi + b_2 \eta + c_2 = 0 \quad \ldots\ldots (3.$$
$$a_3 \xi + b_3 \eta + c_3 = 0$$

Iz pèrve i druge jednačbe slědi:

$$\xi = -\frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \qquad \eta = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Stavimo na město ξ i η vrědnosti njim, što će nam dati ovaj razměr:

$$x : y : z = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} c_1 & a_2 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_2 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = A_3 : B_3 : C_3 \quad \ldots\ldots (4.$$

Kombiniranjem pèrve i treće, pa druge i treće dobili bismo:

$$x : y : z = A_2 : B_2 : C_2 = A_1 : B_1 : C_1.$$

Stavi vrědnosti iz pèrvih dviju jednačbah pronadjene

$\xi = \frac{A_3}{C_3}$ i $\eta = \frac{B_3}{C_3}$ u treću jednačbu, to prelazi ista u

$A_3 a_3 + B_3 b_3 + C_3 c_3 = \Delta = 0$, dakle je

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \quad \ldots\ldots (5.$$

rezultat eliminacije jednačbah (3) ili (2), ako se naime iz njih uklone ξ i η, dotično x y z.

Ako nam predstavljaju jednačbe:

$$Ax + By + C = 0$$
$$A'x + B'y + C' = 0 \quad \ldots\ldots (6.$$
$$A''x + B''y + C'' = 0$$

obzirom na sustav istosměrnih sureднicah tri pravca, to će se ovi u jednoj te istoj točki sastati, ako bude:

$$\begin{vmatrix} A & B & C \\ A' & B' & C' \\ A'' & B'' & C'' \end{vmatrix} = 0. \quad \ldots\ldots (7.$$

Několiko primèrah razjasniti će razpravljenu teoriju:

§. 8. Da izračunamo determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

Digitized by Google

odbijemo pèrvi redak od drugog i trećeg:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & b-a & b^2-a^2 \\ 0 & c-a & c^2-a^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b-a & b^2-a^2 \\ c-a & c^2-a^2 \end{vmatrix} \text{ §. 5. (5).}$$

$$= (b-a)(c-a)\begin{vmatrix} 1 & b+a \\ 1 & c+a \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

Da izračunamo

$$\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ a_1^2 & a_1 b_1 & b_1^2 \\ a_2^2 & a_2 b_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

pomnožiti ćemo taj determinant sa $a^2 a_1^2 a_2^2$ poděliv mu pèrvi redak sa a^2, drugi i treći mu sa a_1^2 a_2^2 što vrědnost njegovu ne měnja.

Tim dobijemo:

$$a^2 a_1^2 a_2^2 \begin{vmatrix} 1 & \frac{b}{a} & \left(\frac{b}{a}\right)^2 \\ 1 & \frac{b_1}{a_1} & \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^2 \\ 1 & \frac{b_2}{a_2} & \left(\frac{b_2}{a_2}\right)^2 \end{vmatrix} =$$

$$= a^2 a_1^2 a_2^2 \cdot \left(\frac{b_1}{a_1} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{b_2}{a_2} - \frac{b}{a}\right)\cdot\left(\frac{b_2}{a_2} - \frac{b_1}{a_1}\right) =$$

$$= (ab_1 - a_1 b)(ab_2 - a_2 b)(a_1 b_2 - a_2 b_1).$$

§. 9. U pravokutnom sustavu suredn'cah zadate su dvě točke M_1 i M_2 suredaicami svojimi $x_1\ y_1$ i $x_2\ y_2$. Izhodište O, M_1 i M_2 uglovi su trokuta, u kojem označimo OM_1 i OM_2 sa r_1 i r_2; nadalje kuteve (OM_1, OX) i $OM_2, OX)$ sa α_1 odnosno α_2. Medju ovimi olinami obstoje odnošaji:

$$x_1 = r_1 \cos\alpha_1 \qquad y_1 = r_1 \sin\alpha_1 \qquad x_2 = r_2 \cos\alpha_2 \qquad y_2 = r_2 \sin\alpha_2.$$

Ploština je trokuta:

$$\Delta = \tfrac{1}{2} r_1 r_2 \cdot \sin(M_1 OM_2) = \tfrac{1}{2} r_1 r_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1)$$
$$= \tfrac{1}{2} r_1 r_2 (\sin\alpha_2 \cos\alpha_1 - \cos\alpha_2 \sin\alpha_1) = \tfrac{1}{2} r_1 \cos\alpha_1 \cdot r_2 \sin\alpha_2 - \tfrac{1}{2} r_1 \sin\alpha_1 \cdot r_2 \cos\alpha_2$$
$$= \tfrac{1}{2}(x_1 y_2 - x_2 y_1) \qquad \text{dakle}$$

$$2\Delta = x_1 y_2 - x_2 y_1 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \ldots . 1.$$

Ako treći vèrh M trokuta nije više izhodištem, već ako su mu surednice x, y; položiti ćemo kroz M sustav surednicah uzporedan sa pèrvotnim. Tada bude:

$$2\Delta = \begin{vmatrix} x_1 - x & y_1 - y \\ x_2 - x & y_2 - y \end{vmatrix}$$

Taj se determinant može jošte pretvoriti, ako mu dademo oblik det. trećeg stupnja:

$$2 \cdot \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_1 - x & y_1 - y \\ 1 & x_2 - x & y_2 - y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & x_1 & x_2 \\ y & y_2 & y_2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

ako pèrvi sa x i y pomnoženi stupac pribrojimo drugomu, odnosno trećemu.

Mislimo si pod x i y proměnljive koordinate, to će predstavljati $2\Delta = 0$ jednačbu pravca kroz M_1 i M_2 idućega, jer je za svaku točku rečenoga pravca ploština trokuta ništicom.

Digitized by Google

§. 10. Da izračunamo: *)

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & b^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

uvedemo u račun pomoćnu olinu $x = a + b + c$ pa će det. poprimiti oblik:

$$\begin{vmatrix} (x-a)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (x-b)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (x-c)^2 \end{vmatrix}$$

Treći se sada stupac odbije od pèrvoga i drugoga:

$$\begin{vmatrix} x^2 - 2ax, & 0 & a^2 \\ 0 & x^2 - 2bx & b^2 \\ -x^2+2cx, & -x^2+2ex, & (x-c) \end{vmatrix}$$

Pèrvi i drugi stupac sadèržavaju činbenik x, koji se pred determinant stavi:

$$x^2 \cdot \begin{vmatrix} x-2a & 0 & a^2 \\ 0 & x-2b & b^2 \\ -x+2c, & -x+2c, & (x-c)^2 \end{vmatrix}$$

Svota pèrvog i drugog redka odbije se od trećeg:

$$x^2 \cdot \begin{vmatrix} x-2a & 0 & a^2 \\ 0 & x-2b & b^2 \\ -2x+2a+2c, & -2x+2b+2c, & 2ab \end{vmatrix}$$

Pošto je pako $2(-x+a+c) = -2b$ i

$2(-x+b+c) = -2a$, to je det.

$$x^2 \begin{vmatrix} x-2a & 0 & a^2 \\ 0 & x-2b & b^2 \\ -2b, & -2a & 2ab \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -b & -a & 2ab \\ 0 & x-2b & 2b^2 \\ x-2a, & 0 & 2a^2 \end{vmatrix} \cdot x^2$$

Sa a pomnoženi pèrvi i sa b pomnoženi drugi stupac pribrojmo trećemu:

$$x^2 \begin{vmatrix} x-2a & 0 & ax \\ 0 & x-2b & bx \\ -b & -a & 0 \end{vmatrix} = x^3 \begin{vmatrix} x-2a & 0 & a \\ 0 & x-2b & b \\ -b & -a & 0 \end{vmatrix}$$

Ako se determinant razvije po elementih pèrvoga stupca, dobiva se, ako ujedno za x vrědnost stavimo: $(x-2a)\ ab + ab\ (x-2b) = ab\ (2x-2a-2b) = 2abc$, dakle je zadati det. $= 2abc \cdot (a+b+c)^3$

§. 11. Neka se razvije determinant **)

$$\begin{vmatrix} a^3 & b^3 & c^3 \\ (a+\lambda)^3 & (b+\lambda)^3 & (c+\lambda)^3 \\ (2a+\lambda)^3 & (2b+\lambda)^3 & (2c+\lambda)^3 \end{vmatrix}$$ po uzmnozih od λ

Ovdje treba da odbijemo pèrvi sa 1. i 8. pomnoženi redak od drugog i trećeg; ovi će onda redovi sadèržavati činbenik λ, koji se pred determinant stavi, te se na to sa 4. pomnoženi 2. redak odbije od trećega iz kojega se izvadi činbenik $-\lambda$, pa se konačno odbije sa λ pomnoženi treći redak od drugoga. Sve ove pretvorbe predočimo si ovimi jednačbami, u kojih je vazda samo pèrvi stupac zabilježen; drugi i treći bo nalični su pèrvomu:

$$\begin{vmatrix} a^3 & . & . \\ (a+\lambda)^3 & . & . \\ (2a+\lambda)^3 & . & . \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^3 & . \\ 3a^2\lambda + 3a\lambda^2 + \lambda^3 & . \\ 12a^2\lambda + 6a\lambda^2 + \lambda^3 & . \end{vmatrix} = \lambda^2 \begin{vmatrix} a^3 & . \\ 3a^2 + 3a\lambda + \lambda^2 & . \\ 12a^2 + 6a\lambda + \lambda^2 & . \end{vmatrix}$$

*) Geo. Salmon, Lessons introductory to the modern higher Algebra. Dublin 1866.

**) Ibid.

Digitized by Google

$$= -3\lambda^3 \begin{vmatrix} a^3 & . \\ 3a^2 + 3a\lambda + \lambda^2 & . \\ 2a + \lambda & . \end{vmatrix} = -3\lambda^3 \begin{vmatrix} a^3 & . \\ 3a^2 + a\lambda & . \\ 2a + \lambda & . \end{vmatrix}$$

Sada se odbije treći stupac od pèrvoga i drugoga, pa se nami pokaže determinant, neglededi na činbenik, što pred njim stoji, u ovom obliku:

$$\begin{vmatrix} a^3 - c^3 & b^3 - c^3 & e^3 \\ 3(a^2 - c^2) + \lambda(a - c), & 3(b^2 - c^2) + \lambda(b - c), & 3c^2 + c\lambda \\ 2(a - c) & 2(b - c) & 2c + \lambda \end{vmatrix}$$

Pèrvi i drugi stupac sadèržavaju činbenike $(a - c)$ i $(b - c)$, koji se pred det. stave, tako da sad pred njim stoji $-3\lambda^3 (a - c)(b - c)$, a det. sam je:

$$\begin{vmatrix} a^2 + ac + c^2 & b^2 + bc + c^2 & c^3 \\ 3(a + c) + \lambda & 3(b + c) + \lambda & 3c^2 + c\lambda \\ 2 & 2 & 2c + \lambda \end{vmatrix}$$

Drugi stupac od pèrvoga, i sa c pomnožen od trećega odbit:

$$\begin{vmatrix} a^2 - b^2 + c(a - b) & b^2 + bc + c^2 & -bc(b + c) \\ 3(a - b) & 3(b + c) + \lambda & -3bc \\ 0 & 2 & \lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (a - b) \begin{vmatrix} a + b + c & b^2 + bc + c^2 & -bc(b + c) \\ 3 & 3(b + c) + \lambda & -3bc \\ 0 & 2 & \lambda \end{vmatrix}$$

Od drugoga i trećega stupca odbije se pèrvi sa $(b + c)$ odnosno $-bc$ pomnožen:

$$\begin{vmatrix} a + b + c & -(ab + bc + ca) & abc \\ 3 & \lambda & 0 \\ 0 & 2 & \lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (a + b + c) \begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 2 & \lambda \end{vmatrix} + (ab + bc + ca) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix} + abc \begin{vmatrix} 3 & \lambda \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

ako se det. razvije po elementih pèrvoga redka. Vrèdnosti triju det. u poslèdnjem izrazu jesu λ^2, 3λ i 6, dakle imademo za vrèdnost zadanoga det.:

$$-3\lambda^3 (a - b)(a - c)(b - c) \left\{ (a + b + c)\lambda^2 + 3\lambda(ab + bc + ca) + 6abc \right\}$$

§. 12. Iz analitične je geometrije poznato, da jednačbe

$$x - ay = 0 \quad \text{i} \quad x - by = 0$$

predstavljaju dva pravca, iduća izhodištem.

Proizvod tih jednačbah $(x - ay)(x - by) = 0$ predstavlja dakle obadva pravca zajedno. Ako množitbu izvedemo, dobijemo:

$$x^2 - (a + b)\, xy + ab \,.\, y = 0.$$

Obratno, svaka jednacba oblika

$$1.) \qquad Ax^2 - 2Bxy + Cy^2 = 0$$

predstavlja dva pravca izlazeća iz izhodišta, jerbo se takova jednačba uvèk može u dva činbenika pomenutoga oblika raztvoriti. Pitanje: Pod kojimi će uvèti predstavljati obćenita jednačba drugoga stupnja

$$2.) \qquad Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0 \text{ dva pravca?}$$

Ako ta jedn. dva pravca predstavlja, to neka budu ξ, η surednici točke, u kojoj se sastaju. Premèsti se sustav surednicah tako, da izhodište dodje u ovu točku, tada mora jednačba 2) poprimiti oblik jedn. 1.)

Digitized by Google

Nepromèni-li se smèr osih, to stoje nove koordinate x_1 y_1 sa pèrvotnimi u odnošaju

$$3.) \qquad x = x_1 + \xi \qquad y = y_1 + \eta.$$

Jedn. 2) čim se zaměne te vrědnosti u njoj, dobiva oblik:

$$A(x_1 + \xi)^2 + 2B(x_1 + \beta)(y_1 + \eta) + C(y_1 + \eta)^2 + 2D(x_1 + \xi) + 2E(y_1 + \eta) + F = 0.$$

Ili, ako se uredi po uzmnoži h od x_1 i y_1:

$$4.) \qquad Ax_1^2 + 2Bx_1y_1 + Cy_1^2 + 2D'x_1 + 2E'y_1 + F' = 0, \text{ gdě su:}$$

$$D' = A\xi + B\eta + D$$

$$E' = B\xi + C\eta + E$$

$$F' = A\xi^2 + 2B\xi\eta + C\eta^2 + 2D\xi + 2E\eta + F.$$

Po tom, što prije navadjasmo, mora da bude:

$D' = 0$, $E' = 0$ i $F' = 0$, ako jedn. (4. u istinu dva pravca predstavlja.

Stavimo dakle $D' = 0$ i $E' = 0$, potražimo iz njih ξ i η, pa dobivene vrědnosti zaměnimo u $F' = 0$, te će se u potonjoj jednačbi nalaziti samo koeficienti jedn. 2.), a izčezavanje izraza F' traženi je uvět

Iznosak eliminacije dobije se u obliku determinantskom, ako postupamo kako slědi:

$$F' = \xi(A\xi + B\eta + D) + \eta(B\xi + C\eta + E) + (D\xi + E\eta + F),$$

što uvidimo, ili obzirom na jedn. (5):

$$F' = D'\xi + E'\eta + (D\xi + E\eta + F),$$

ako su pako $D' = 0$ i $E' = 0$, tada je $F' = D\xi + E\eta + F$, koj jednostavniji izraz stupi na mě to prijašnjega. Uklonimo pako ξ i η iz jednačbah:

$$D' = A\xi + B\eta + D = 0$$

$$E' = B\xi + C\eta + E = 0$$

$$F' = D\xi + E\eta + F = 0, \text{ to imademo: [§. 7. (5)].}$$

$$\begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix} = 0 \quad *).$$

Taj se determinant zove **discriminantom** jedn. 2). Pomenuta jednačba predstavlja u obče tako zvanu krivulju drugoga reda (elipsu, hiperbolu ili parabolu); čim joj pako discriminant izčezne, razpada se ta krivulja u dva pravca.

§. 13. Položaj točke na kojem pravcu može se opreděliti time, da se uzme koja nepomična točka O na pravcu, pa da se na ovu točku protežu sve ostale abscissami svojimi. Svaka se abscissa ima providjeti sa **proznakom** te se obično uzme proznaka +, ako od O do točke M s lěva na desno idemo, što se uvěk sbiva, ako M na desnoj strani od O leži. Usuprot uzeti ćemo proznaku —, ako put od O do M vodi s desna na lěvo. Drugi je način fixiranja točakah, da se postave **dvě** nepomične točke A i B, pa da se opredeli položaj svake treće točke C oměrom $\frac{AC}{BC}$. Ako C izmedju A i B leži, biti će taj oměr negativan; pozitivan pako, ako izvan AB, na desnoj ili lěvoj strani leži. Označimo taj oměr sa λ i motrimo proměne, kojim je podvèržen, ako se C po svoj cèrti kreće.

Nalazi se C u A, to će biti $\lambda = 0$, u srědini izmedju A i B imademo $\lambda = -1$ a u B bude $\lambda = -\infty$. Na tom městu ukaže se prekidnost oměra, dočim preskoči od $-\infty$ na $+\infty$, koju vrědnost zadobije čim proměnljiva točka C prekorači B. Odaljiv se C od B ostaje λ pozitivan, ali mu se absolutna vrědnost umanji, te se približuje jedinici, ako je C neizmerno odaljen od B. Na lěvoj strani od A poprimi λ redom sve vrědnosti od 0 do + 1.

*) Druga dva dokaza naći ćeš u: Salmon. Analyt. Geometrie der Kegelschnitte. Art. 90.

Digitized by Google

Protežu-li se točke A, B na sustav istosměrnih koordinatah, to možemo surednice svake, na pravcu AB nalazeće se točke jednostavno izrazitim oměrom λ i surednicami $x_0\ y_0$ i $x_1\ y_1$ točakah A i B. Ako su naime $\xi\ \eta$ koordinante točke C, pa $\lambda = \frac{AC}{BC}$, to je kako se osvědočimo

$$\xi = \frac{x_0 - \lambda x_1}{1 - \lambda} \qquad \eta = \frac{y_0 - \lambda y_1}{1 - \lambda}$$

Pošto razpravljasmo uvodne te pojmove, obratimo se ovoj zadači:

U ravnici pravokutnoga sustava surednicah, nalaze se tri točke A, B i C, kojim su surednice $x_0\ y_0$ $x_1\ y_1$, $x_2\ y_2$. Spojimo te tri točke pravci, pa ćemo dobiti trokut, a na svakoj stranici trokuta predstavimo si točku: na AB točku C'', i na stranicah BC i CA točke A' i B'. Ako je sada:

$$\frac{BA'}{CA'} = l, \qquad \frac{CB'}{AB'} = m \quad \text{i} \quad \frac{AC''}{BC''} = n$$

biti će surednici točakah

$$A' \quad \xi_0 = \frac{x_1 - lx_2}{1 - l}, \qquad \eta_0 = \frac{y_1 - ly_2}{1 - l}$$

$$B' \quad \xi_1 = \frac{x_2 - mx_0}{1 - m}, \qquad \eta_1 = \frac{y_2 - my_0}{1 - m}$$

$$C' \quad \xi_2 = \frac{x_1 - nx_1}{1 - n}, \qquad \eta_2 = \frac{y_0 - ny_1}{1 - n}$$

koj će obstajati odnošaj medju l, m, n, ako $A'\ B'\ C'$ na jednom te istom pravcu leže? Po §. 9. mora da bude u tom slučaju:

$$\begin{vmatrix} 1 & \xi_0 & \eta_0 \\ 1 & \xi_1 & \eta_1 \\ 1 & \xi_2 & \eta_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \frac{x_1 - lx_2}{1 - l} & \frac{y_1 - ly_2}{1 - l} \\ 1 & \frac{x_2 - mx_0}{1 - m} & \frac{y_2 - my_0}{1 - m} \\ 1 & \frac{x_0 - nx_1}{1 - n} & \frac{y_0 - ny_1}{1 - n} \end{vmatrix} = 0.$$

Pomnožimo pèrvi redak sa $(1-l)$, drugi i treći sa $(1-m)$ i $(1-n)$, pa ćemo dobiti:

$$\begin{vmatrix} 1 - l, & x_1 - lx_2 & y_1 - ly_2 \\ 1 - m & x_2 - mx_0 & y_2 - my_0 \\ 1 - n & x_0 - nx_1 & y_0 - ny_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Determinant se može na mnogo jednostavniji oblik svesti, samo mu treba drugi i treći redak, sa l odnosno lm pomnožene, pribrojiti pèrvomu:

$$\begin{vmatrix} 1 - lmn & x_1\ (1 - lmn) & y_1\ (1 - lmn) \\ 1 - m & x_2 - mx_0 & y_2 - my_0 \\ 1 - n & x_0 - nx_1 & y_0 - ny_1 \end{vmatrix} =$$

$$= (1 - lmn) \cdot \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 - m & x_2 - mx_0 & y_2 - my_0 \\ 1 - n & x_0 - nx_1 & y_0 - ny_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Pèrvi se sada redak pomnoži sa n te se pribroji trećemu, a zatim se treći sa m pomnoženi dodaje drugomu:

$$(1 - lmn) \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 - m, & x_2 - mx_0 & y_2 - my_0 \\ 1 & x_0 & y_0 \end{vmatrix} = 0$$

Digitized by Google

$$= (1 - lmn) \cdot \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_0 & y_0 \end{vmatrix} = 0.$$

Lěva će strana biti ništicom, ako jedan od činbenikah izčezne: determinant nemože, jerbo bi u tom slučaju sve tri točke na jednom pravcu ležale, što mi nepredpostavljamo, dakle mora da bude $1 - lmn = 0$ ili $lmn = 1$, t. j.:

$$\frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} \cdot \frac{AC'}{BC'} = +1 \quad *).$$

§. 14. Jednačbe

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$
$$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0 \ldots (1.$$

ako se protežu na sustav pravokutnih surednicah predstavljaju dva pravca, koja označimo sa L_1 i L_2. Pomnožimo sada drugu jedn. sa neizvěstnim činbenikom λ, i spojimo ju odbitbom sa pèrvom:

$$(a_1 x + b_1 y + c_1) - \lambda (a_2 x + b_2 y + c_2) = 0 \ldots . (2.$$

to je jednačba pravca, koj ide preséčištem od L_1 i L_2. Ovaj ćemo pravac označiti sa L_{12}. Geometrično znamenovanje od λ uvidimo, davajući jednačbi oblik:

$$\lambda = \frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{a_2 x + b_2 y + c_2}$$

ta jednačba valja za sve točke cèrte L_{12}. Ako mèsto promènljivih koordinatah x_1 y substitujemo surednice koje točke u L_1, to će biti $a_1 x + b_1 y + c_1 = p_1 \cdot \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$. Gdě je p_1 okomita daljina točke od pravca L_1. Isto je tako

$$a_2 x + b_2 y + c_2 = p_2 \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2} \quad \text{dakle je}$$

$$\lambda = \frac{p_1 \cdot \sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{p_2 \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}} = \frac{p_1 \cdot k_1}{p_2 \cdot k_2} \ldots . (3.$$

gdě su p_1 i p_2 daljine ma koje točke cèrte L_{12} od L_1 i L_2.

Nakon tih pripravah rěšiti ćemo prijašnjoj srodnu zadaću:

$$L = a_0 x + b_0 y + c_0 = 0$$
$$L_1 = a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$
$$L_2 = a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

jednačbe su triju pravacah, preséčišta kojih imenujemo A, B, C, te nam ta slova takodjer označuju kuteve što ih tamo sastajući se pravci zatvaraju. Kroz svaki ugao trokuta mislimo si povučen pravac, koj protuležeću stranicu preséče: timè dobijemo tri točke A' B' C' na stranicah BC, CA i AB. Jednačbe rečenih pravacah (naime AA', BB', CC') koje označimo sa L_{12}, L_{20}, L_{01} biti će uslěd (2):

$$L_{12} = (a_1 - \lambda a_2) x + (b_1 - \lambda b_2) y + (c_1 - \lambda c_2) = 0$$
$$L_{20} = (a_2 - \mu a_0) x + (b_2 - \mu b_0) y + (c_2 - \mu c_0) = 0$$
$$L_{01} = (a_0 - \nu a_1) x + (b_0 - \nu b_1) y + (c_0 - \nu c_1) = 0.$$

Koj mora obstojati odnošaj izmedju λ, μ, ν, da se ova tri pravca u jednoj te istoj točki sastaju? Odgovara nam na to §. 7. (7).

$$\begin{vmatrix} a_1 - \lambda a_2 & b_1 - \lambda b_2 & c_1 - \lambda c_2 \\ a_2 - \mu a_0 & b_2 - \mu b_0 & a_2 - \mu c_0 \\ a_0 - \nu a_1 & b_0 - \nu b_1 & c_0 - \nu c_1 \end{vmatrix} = 0.$$

*) Tu sam zasadu uvèrstio, jer pruža dobar primèr u porabi determinantah. Poznata je imenom Menelajeve zasade. Drugi ćeš analitični dokaz naći u: Salmon-Fiedler, Analyt. Geom. d. Kegelschnitte, Leipzig 1866. Art. 42, koj je u toliko jednostavniji, što nerabi determinantah. Sintetični je dokaz u svakoj obširnijoj geometriji.

Digitized by Google

Pretvorbe slične onim, koje rabismo u predjašnjem §. dovedu taj determinant u oblik:

$$(1 - \lambda\mu\nu)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_0 & b_0 & c_0 \end{vmatrix} = 0.$$

Budući da determinant ništicom biti nemože, jer se L_0, L_1 i L_2 u jednoj točki nepresečaju, to mora biti: $1 - \lambda\mu\nu = 0.$

Ako se sada iz točakah A', B', C' postave okomice na ostale stranice trokuta, to bude uslěd (3):

$$\lambda = \frac{CA' \,.\, \sin C}{BA' \,.\, \sin B} \cdot \frac{k_1}{k_2}, \quad \mu = \frac{AB' \,.\, \sin A}{CB' \,.\, \sin C} \cdot \frac{k_2}{k_0}, \quad \nu = \frac{BC' \,.\, \sin B}{AC' \,.\, \sin A} \cdot \frac{k_0}{k_1}$$

Zaměnimo te vrědnosti u dobivenoj jednačbi $\lambda\mu\nu = 1$, to dodjemo konačno rezultatu:

$$\frac{CA'}{BA'} \cdot \frac{AB'}{CB'} \cdot \frac{BC'}{AC'} = 1 \text{ *).}$$

Označimo kratkoće radi $L_0\, L_1\, L_2$ sa α, β, γ a $L_{12}\, L_{20}\, L_{01}$ sa α' β' γ', a kuteve medju njimi običnom simbolikom, pa ćemo iz prijašnjega izvoditi:

$$\frac{\sin(\beta\alpha')}{\sin(\gamma\alpha')} \cdot \frac{\sin(\gamma\beta')}{\sin(\alpha\beta')} \cdot \frac{\sin(\alpha\gamma')}{\sin(\beta\gamma')} = 1.$$

III. Determinanti viših stupnjevah.

§. 15. Definicija determinantah trećeg stupnja može se razsegnuti pa mi dodjemo tim načinom do determinantah četvèrtoga stupnja. Kao takov smatra se izraz:

$$a_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} - a_2\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} + a_3\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} - a_4\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Simbolično ga označimo opet po analogiji determinantah drugoga i trećega stupnja sa:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}$$

Svojstva dosada razmatranih determinantah naći ćemo i u ovih. Ako n. p. u zadnjih triju determinantah potražimo koeficijenat od b_1, naći ćemo da je:

$$-a_2\begin{vmatrix} c_3 & d_3 \\ c_4 & d_4 \end{vmatrix} + a_3\begin{vmatrix} c_2 & d_2 \\ c_0 & d_4 \end{vmatrix} - a_4\begin{vmatrix} c_2 & d_2 \\ c_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

koj je izraz kako znademo identičan sa

$$-\begin{vmatrix} a_2 & a_3 & a_4 \\ c_2 & c_3 & c_4 \\ d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix}$$

Potraživ istim načinom koeficiente elementah c_1 i d_1 dodjemo do osvědočenja, da je gore navedeni izraz istovětan sa

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix}.$$

*) Srav. Salmon, Analyt. Geom. der K. Art. 43.

Digitized by Google

da se dakle isti determinant dobiva, ako se redovi sa stupci zaměne i obratno. Isto tako možemo dokazati, da se determinant i po elementih drugih redakah i stupacah osim pèrvih razvijati može; da izčezne čim su dva stupca ili redka jednaka; da proznaku měnja, ako se dva zaměne.

Kod determinantah trećega stupnja opazismo, da sastoje iz 6 članovah, od kojih je svaki proizvod triju elemenata, medju kojimi se nikada nenalaze dva, koja bi bila u istom redku ili stupcu. Sve je članove moguće izvoditi iz pèrvoga $+ a_1 b_2 c_3$, ako kazala preměstimo (permutiramo). Što se proznake tiče, to nas vodi ova opazka k svèrsi: Pèrva čest det. trećega stupnja

$$a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

predstavlja dva člana $+ a_1 b_2 c_3$ i $- a_1 b_3 c_2$. Drugi se izvodi iz pèrvoga, ako se preměste kazala 2 i 3: ako se dakle iz kojega člana izvodi tako, da se dva kazala medjusobno preměste, měnja taj član proznaku. Isto ćemo opaziti u ostale dvě česti.

Sve ovo valja i o determinantih četvèrtoga stupnja, te nam je sada jasno, što da razuměvamo pod determinanti petoga, šestoga . . . u obće n-toga stupnja. Radi boljega pregleda običava se označiti svaki elemenat sa istim slovom, kojemu se dodaju dva kazala: pèrvi pokazuje redak, a drugi stupac, u kojem se nalazi. Po tom će biti elementi pèrvog reda:

$$a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \quad \ldots \quad a_{1n}$$

elementi drugoga reda:

$$a_{21} \quad a_{22} \quad a_{23} \quad \ldots \quad a_{2n}$$

u obće elementi r-toga reda:

$$a_{r1} \quad a_{r2} \quad a_{r3} \quad \ldots \quad a_{rn}$$

Simbolično se označi determinant n-tog stupnja:

$$\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \ldots & a_{3n} \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Znamenovanje je isto kao u navedenih posebnih slučajevih: svaki je član proizvod od n elementah, koji se tako biraju, da nijedan elemenat nestoji u istom redku ili stupcu sa ma kojim drugim. Svaki je redak i stupac zastupan jednim, ali samo jednim u njem nalazećem se elementu. Takov je član $a_{11} a_{22} a_{33} \ldots a_{nn}$ tako zvani pèrvi ili diagonalni član. Iz ovoga se proizvedu ostali članovi tako, da se druga kazala podvèrgnu svimi mogućimi preměstbami (permutacijami) dočim pèrva kazala ostaju na svom městu. Poznato je, da se dobivaju sve preměstbe n elemenatah, ako svakiput samo dva elementa města izměne. Ako tim načinom sve preměstbe učinimo, pèrvomu (diagonalnomu) članu proznaku $+$ podělimo, drugomu proznaku $-$, trećemu opet proznaku $+$ . . . itd. dobijemo sve članove determinanta, kojih ima, ko što lasno uvidimo $n! = 1 . 2 . 3 \ldots n$.

U tom aggregatu imade isto toliko pozitivnih koli negativnih članovah.

Za primèr neka služi det. trećega stupnja:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Permutacije kazalah 123 jesu:

123 132 231 213 312 321,

dakle je determinant

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{12} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} a_{33} - a_{11} a_{23} a_{32} + a_{12} a_{23} a_{31} - a_{12} a_{21} a_{33} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{12} a_{31}$$

Digitized by Google

Time zaključujem sastavak taj, te mi preostaje samo navesti literaturu, koja u taj predmet zaseča, u koliko naime može biti početniku od koristi i u koliko je na me upliva imala kod sastavljanja te razpravice. Prije svega treba da pomenem uzorno dělo: Baltzer. Theorie und Anwendung der Determinanten. Leipzig. 1870 (3. Aufl.) sadèržavajuće strogo znanstveno osnovanu teoriju i mnogobrojne uporabe. Zatim: Brioschi. La teorica dei determinanti, Pavia 1854, koja je knjiga takodjer na němački i francezki prevedena. Klasično dělo: Geo. Salmon. Lessons introductory to the modern higher Algebra. Dublin 1859 (2. ed. 1866) razpravlja u uvodu determinante, na kojih se osnivaju nauci o homogenih funkcijah i njihovih invariantah i covariantah, koji su predmetom pomenutog děla. Kao uvod u analitičnu geometriju, razvije nauk o determinantih: W. A. Whitworth. Trilinear Coordinates and other methods of modern analytical Geometry. Cambridge 1866.

Dragutin Kössler.

Digitized by Google

A.

Školske věsti.

Digitized by Google

Osnova

za školsku godinu 18$^{70}/_{71}$.

Razred	Nauk věre	Latinski jezik	Gèrčki jezik	Hèrvatski jezik	Němački jezik
I.	Nauk katoličke věre po regensburžkom velikom katekizmu u hèrv. prevodu. Na tědan 2 ure.	Oblikoslovje najvažnije pravilne sprege i sklonitbe uvěžbano obostranim prevodom zajedno sa učenjem rěčih na pamet po knjizi Dünebirevoj u hèrv. prevodu. Zadaće po propisu. 8 urah.	—	Pravilno oblikoslovje, nauk ob izrěkah. Čitanje s tumačenjem. Učenje izabranih pěsamah na izust po Veberovoj čitanci. Pismene zadaće po propisu. 3 ure.	Pravilno oblikoslovlje, nauk ob izrekah, obostranim prevodom po Macunovoj věžbenici; pismene radnje. 3 ure.
II.	Obredoslovje rim. kat. cèrkve po knjizi Frencela prevedenoj u hèrvatski. 2 ure.	Nauk o nepravilnih oblicih, nom. et accus. c. inf., gerund., dionicih ablativu absol. i supina po Veberovoj lat. slovnici. Věžbanje iz čitanke Schinagelove u hèrv. prevodu. Pismene zadaće po propisu. 8 urah.	—	Nauk ob atributu, predikatu, appoziciji, ob izrekah, o predlozih, o veznicih i tvorenju rěčih po Mažuranićevoj slovnici i Veberovoj čitanci; na pamet više pěsamah izabranih iz čitanke. Pismene zadaće po propisu. 3 ure.	Sve nepravilnosti u oblikoslovlju; nauk o veznicih i predlozih i najpotrebitije iz skladnje uz věžbanje po Mozartovoj čit. dio I; pismene zadaće po propisu. 3 ure.
III.	Biblička pověst staroga zakona po knjizi Schumacherovoj u hèrvatskom prevodu. 2 ure.	Nauk o padežih po Veberovoj latin. slovnici; čitanje iz Cornel. Nep. po izboru. Pismene radnje po propisu. Uru na tědan věžbanje u prevodu iz hèrv. u latinski jezik po Jurkovićevoj věžbenici. 6 urah.	Oblikoslovje po Kurcijevoj slovnici u hèrv. prevodu do glagoljah na „$\mu\iota$“ uz Schenklovu věžbenicu obostranim prevadjanjem. Pism. zadaće po propisu. 5 urah.	Nauk o padežih i predlozih po skladnji Veberovoj, praktič. věžbanje iz čitanke Veberove; na pamet više pěsamah izabranih iz čitanke. Pismene zadaće po propisu. 3 ure.	Najvažnije iz tvorbe rěčih; stavačne sveze i sglobe, periodoslovje, pamćenje frazah i prispodabljanje njih sa sličn. hèrv; slovnica Schinaglova; čit., tumač. i učenje na pam.; predavanje štiva po Mozart. čitanci dio I.; pism. věžbe po propisu. 2 ure.
IV.	Biblička pověst novoga zakona po knjizi Schumacherovoj u hèrvatskom prevodu. 2 ure.	Nauk o vremenih, načinih, dionicih, stihotvorstvu po Veberovoj slovnici; praktična věžbanja po lat. věžbenici Jurkovićevoj. Caesar de bello gallico I. i IV. knjíga; iz Ovidija knjiga I. eleg. 1. knj. III. eleg. 7., knj. IV. eleg. 10. Pismene radnje po prop. 6 urah.	Opetovanje oblikoslovja pravil. sa iznimkami; glag. na „$\mu\iota$“ u I. a stran. i u II. pol.; obostr. prev. i čitanjem basanah, pripovědakah iz Schenklove věžb., tumačeć glavna pravila iz skladnje: pismene zadaće po propisu. 4 ure.	Druga još preostala polovica hèrv. skladnje sa dodatkom o stihotvorstvu; čitanje sa hist.-filolog. tumačenjem iz dotične čitanke. Nauk o najvažnijih pismenih sastavcih, dolazećih u praktičnom životu; na pamet više pěsamah izabranih iz čitanke; pism. rad. po propisu. 3 ure.	Obilniji razvitak u III. raz. poprimljena štiva sa dodatkom občenitih temeljah němačke metrike; čitanka Remacly za niže gimnazije; učenje pěsamah na pamet. Pismene radnje po propisu. 2 ure.

Digitized by Google

predavanja

prama učivu, knjigam i uram.

Zemljopis i povĕst	Naravopis i fizika	Matematika	Filozofička propedeutika	Br. urah na tĕdan
Topični zemljopis čitave zemlje; najvažnije iz političkoga zemljopisa; risanje zemljovidah. 3 ure.	I. tečaj: o sisavcih. II. tečaj o korastih životinjah i zareznicih po Pokornovoj knjizi, prevedenoj po Accurtu za malu gimnaziju upotrebljivanjem dotičnih sbirkah i slikah. 2 ure.	I. pol. 3 ure računstvo pèrve vèrsti sa slomci. II pol. 2 ure geometrije o cèrtah, kutovih, trokutovih i parallelogramih sa njihovimi glavnimi svojstvi; 1 ura računice: obični i desetični slomci. 3 ure.	—	24
Stara povĕst do propasti zapadno-rimskoga carstva g. 476.; sa zemljopisom dotičnih zemaljah i vĕžbanjem u risanju zemljovidah. 3 ure.	I. tečaj: ptice, dvoživci i ribe po Pokornovoj knjizi prevedenoj po Accurtu, II. tečaj: biljarstvo po Pokornovoj knjizi prevedenoj po Ž. Vukasoviću za malu gimnaziju, upotrebljujuć bilje sabrano. 2 ure.	I. pol. 2 ure računanje, a 1 uru nazorna geometrija; II. pol. jednu uru računanje razměrah, pravila trojnoga, postotničnoga računa i nauka měrah; 2 ure geometrije o tro- i višestranih likovih. 3 ure.	—	24
Srednji vĕk čitav s obzirom na povĕst austrijsko-ugarskih zemaljah i zemljopisom dèržavah evropejskih. Risanje zemljovidah. 3 ure.	I. tečaj: rudoslovje po hèrv. prevodu knj Pečirke. II. teč.: naravoslovje, obća svojstva, zatim suvislost, prionjivost i lučivost tĕlesah, o toplini po hèrvatskom prevodu fizike dra. A. Majera. 2 ure.	Računica. Složeni oměri i razměri, složeno pravilo trojno. Prost dobitan račun; račun ročan, družben, prost i složen. Račun směse i suvezan. — Geometrija: Pèrvi početci iz nauke ob okrugu, elipsi, hyperboli i paraboli po Dřizhalu u prevodu. 3 ure.	—	24
Povĕst novoga vĕka do g. 1815.; statistika austr.-ugar. dèržave, napose hrvatske kraljevine po knjizi Dr. Petra Matkovića; risanje zemljovidah. 3 ure.	I. pol.: Hidrostatika, aërostatika i akustika; II. pol.: Magnetizam, munjina, svĕtlost i bitne stvari iz meteorologije načinom pučkim i pokusnim po hèrv. prevodu fizike Dr. Majera. 3 ure.	I. pol. Protivne oline. Četiri vèrsti računa sa pismeni; dizanje dvo- i tročlanika na 2. i 3. uzmnog i vadjenje korenah četvornih i kubičnih iz običnih brojevah. II. Opetovanje bitnih stvarih ob okrugu. Proračunanje kocke, prizme, valjka, pyramide, čuna, kruglje po Močniku u hèrv. prevodu. 3 ure.	—	26

Digitized by Google

Osnova

za školsku godinu $18^{70}/_{71}$.

Razred	Nauk vére	Latinski jezik	Gèrčki jezik	Hèrvatski jezik	Němački jezik
V.	Obćeniti dio nauka katoličke vére po knjizi dra. Konrada Martina u hèrv. prevodu. 2 ure.	U I. pol. čitao se Salustijev Jugurtha s uvodom o životu i o dělih Salustijevih, u II pol. iz Ovidijevih metamorfozah i elegijah s uvodom o Ovid. žitju i dělih njegovih. Po 1 uru na tědan vězbanje u lat. slogu a uz to se opetovali manje poznati dělovi lat. skladnje. Pismene radnje po propisu. 6 urah.	U I. pol. čitahu se odlomci iz Ksenofonta i to: iz Anabaze, Kyropaedije i Memorabilijah Sokrat. U II. pol. iz Homera Il. pěv. I. s kratkim uvodom u čitanje Hom. pěs. uz tumačenje Hom. narěčja. Na tědan po 1 sat gèrčka skladnja po slovn. dra. Kurtija; pism. rad. po propisu. 5 urah.	Čitanje iz narodn. ili pučk. i umětn., pěsm. i prostoga sloga pisacah iz novije dobe uz jezično i estetično tumačenje po čitanci za gor. gimn. dio II. sa ovamo spadajućim glaso- i oblikoslovjem: pism. rad. po propisu. 3 ure.	Čitanje i tumačenje iz Remacly-ove čitanke (za niže gimn.). Opetovanje metrike, kratak pregled najvažnijih vèrstih pěsničtva; učenje izabranih pěsamah na pamet. Pism. zadaće po propisu. 2 ure.
VI	Posebni dio nauka kat. vére po knjizi dra. Konrada Martina u hèrvatskom prevodu. 2 ure.	U I. polul čitani iz Livija odabrani komadi pèrve dekade, — U II. polugod. iz Vergilijeve Aeneide knjiga I. i II. s uvodom u razvitku rimskoga epičnoga pěsničtva. Napokon pèrvi govor Ciceronov proti Katilini. Po jednu uru na nedělju vězbanje u lat. slogu uz pomoć Jurkovićeve vězbanice. Pismene radnje po propisu. 6 urah.	Čitana II., III., IV. i VI. knj. iz Il.; ekskurzije po gèrčkoj epici; VII. knj. Herodota; ekskurzije po gèrč. historiografiji; opetov. slov. i skladnje. Zad. po propisu. 5 urah.	Obilniji razvitak u V. razredu pomenutoga štiva; pismene radnje po propisu. 3 ure.	Čitanje i tumačenje iz Remacly-ove čitanke (za gornje gimnaz.) s gledišta jezičnoga i estetičnoga, tumačenje poetike, lyrike i epike; pismene zadaće po propisu. Učenje na pamet izabran. pěsam. 2 ure.
VII.	Katolička čudoredba po knjizi dra. Konrada Martina u hèrv. prevodu. 3 ure.	U I. polul. čitao se govor Cicero pro Archia poeta i pro Milone s uvodom o razvitku lat. retorike do Cicerona. U II. polulětju iz Vergilija. Aen pěv. V, VI. i VII. Buc. et Georg. po izboru. Pismene radnje po propisu. 5 urah.	I. pol. čitano: Iz Demosthena Olynth govor I.; I. i III. govor protiFilipu, o miru s uvodom o razv. gèrčke retorike do Demosthena. — II. pol. iz Homerove Odys. pěv. I., VI. i IX, i poveće odlomke po izboru, uz podpun i točan sadèržaj cěle Odys s uvod. u čitanje. Zad. po prop 4 ure.	Štivo iz najstarijih hèrv. pěsnikah i prozaičkih pisacah 15., 16. i 17. věka po čitanci za gorn. gimn. dio I. uz slovn. staroslavenskoga jezika i čitanje iz čit. starosl. od Jagića; pismene radnje. 3 ure.	Čitanje dramah Don Karla, Minna v. Barnhelm i tumačenje teorije. Pregled pověsti němačke knjige od Opitza do Göthe-a uz čitanje izabranih ulomakah; pismene radnje po propisu. 2 ure.
VIII.	Cèrkvena pověst po knjizi dra. Josipa Fesslera u hèrv. prevodu. 3 ure.	U I. pol. čitane su pěsme Horac. i to odabrane satire, ode, epistole s uvodom lit.-hist.; u II. polul. Tacit. histor. knjiga I. i II. Vězbanje u lat. slogu. Pod konac II. poluletja bijaše u kratku pregledu tumačena hist. rimske literat. Pismene radnje po propisu. 5 urah.	Čitano I. pol. Apol. i Krito. a II. pol. Sof. Antigona. Predavana književnost gèrčka: o dram pěsničtvu, drami i filozofiji. Pismene radnje po propisu. 5 urah.	Štivo iz Gundulića i inih pisacah 18. i 19. věka uz estet. razlaganje po čit. za gornju gimn. (dio II. i I.); kratak pregled važnijih proizv. hèrv. jezika. Obilniji ravitak slov. starosl. jezika; Pismene radnje. 3 ure.	Čitanje i tumačenje Schillerova Wallensteina i Göthe-ove Herm. i Dorot. uz analitičku estetiku. Razvitak němačke literature. Pismene radnje po propisu. 2 ure.

Digitized by Google

predavanja
prama učivu, knjigam i uram.

Zemljopis i povĕst	Naravopis i fizika	Matematika	Filozofička propedeutika	Broj urah na tĕdan
Stara povĕst do makedonske. Městni zemljopis Australije, Amerike, Afrike, Azije a stranom i Evrope; vĕžbanje u zemljovidnom risanju. 3 ure.	I. Rudoslovje sa geognosijom po Vukasoviću, upotrebljujuć sbirku gimnazijsku. II. Botanika po Dr. Šuleku sa paleontologijom i geografičkim ležištem bilja, upotrebljujuć bilje sabrano. 3 ure.	I. Algebra. Nauk o poslovanjih računičnih, svojstva proizvoda i količnika. Dĕlivost brojevah: raztvaranje na činbenike; iznadjenje najveće zajedničke měre i najmanjega višekratnika. Slomci obični, desetični, oměri i razměri; pravilo trojno, i uporaba mu; II. Geometrija, planimetrija do okruga po Močnikovoj knjizi u prevodu. 3 ure.	—	27
Povĕst makedonska i rimska do konca staroga věka; srednji věk do križarskih vojnah; stari i novi zemljopis Italije. Risanje zemljovidah. 3 ure.	I. i II. pol. Zoologija u savezu sa paleontologijom i geografičkim obitalištem dotičnih živinah, ne samo živućih nego domĕrlih; po Torbarovu prevodu. 3 ure.	I. računanje s uzmnozi i korenitimi olinami. Logarithmi. Jednačbe pèrvoga stupnja sa 1 ili više nepoznanicah. Neopredĕljene jednačbe; II. Krug stereometrija, trigonometrija ravna sa rĕšavanjem zadaćah, po Močnikovoj knjizi u prevodu. 4 ure.	—	27
Povĕst srĕdnjega věka od seobe do g. 1492. Slavjanska i ugarska povĕst do početka novoga věka. Zemljovidno risanje. 3 ure.	I. Lučba, statika sa mekanikom; hydrostatika, aerostatika; II. Dynamika, akustika. načinom znanstvenim, dokazi matematičnimi. 3 ure.	I. Jednačbe drugoga stupnja i kazalovne. Progresije sa srodnimi računi. Izredboslovje i binomični stavak. Matematička věrojatnost. II. Opetovanje trigonometrije, uporava algebre na geometriju i analitička geometrija po Močnikovoj knjizi u prevodu. 3 ure.	Čista i uporavljena logika. 2 ure.	27
Novi věk iz povĕsti do god. 1815. a iz statistike obćenita o austrijsko-ugarskoj dĕržavi. Po knjizi Dr. Petra Matkovića. 3 ure.	I. Magnetizam, munjina i toplina. II. Svĕtlost i opetovanje čitavoga učiva s obzirom na izpit zrelosti, načinom dokaznim. Počela astronomije uz dynamiku, meteorologičkimi pitanji, rĕšenimi na sgodnih městih. 3 ure.	Opetovanje čitavoga matematičkoga učiva. 1 uru.	Empiričko dušoslovje. 2 ure.	27

Digitized by Google

B.

Pregled profesorah i razdělba učevnih predmetah.

	Ime i značaj	U kojem poléću?	Od koga dana i mjeseca?	Koji je predmet učio?	U kojem razredu?	Koliko satih na tědan?		Opazka
1	Kostić Josip, ravnatelj i profesor	I. i II.	—	Gèrčki Psychologiju Logiku	VIII. VIII. VII.	5 2 2	9	
2	Babukić Vjekoslav, profesor, vitez reda Franje Josipa	I. i II.	—	Hèrv. i starobugarski „ „ Hèrvatski „ „	VIII. VII. VI.*a*) VI.*b*) V.	3 3 3 3 3	15	Razrednik u VIII. razredu
3	Dr. Kiseljak Ivan, profesor	I. i II.	—	Fiziku „ „ „ Računicu i měrstvo „	VIII. VII. IV.*a*) IV.*b*) IV.*a*) IV.*b*)	3 3 3 3 3 3	18	Čuvar fizikalnoga kabineta
4	Macun Ivan, profesor	I.	Do 15. listop.	Latinski Gèrčki „ Němački	VI.*b*) VI.*a*) III.*a*) VIII.	6 5 5 2	18	Dne 15. listop. rěšen učiteljevanja na ovom kr. gimnaziju s premeštenja na c. kr. I. dèrž. gimn. u Gradac.
5	Nagel Miroslav, profesor, propovědnik na nižem gimnaziju, vitez reda Franje Josipa	I. i II.	Do 12. travnja	Věronauk „ „ „ „ „ „	IV.*a*) IV.*b*) III.*a*) III.*b*) II. I.*a*) I.*b*)	2 2 2 2 2 2 2	14	Svećenik zagrebačke nadbiskupije; vice-regens u kralj. plem. konviktu
		II.	Od 12. travnja	Věronauk „ „ „ „ „ „ „	IV.*a*) IV.*b*) III.*a*) III.*b*) II.*a*) II.*b*) I.*a*) I.*b*)	2 2 2 2 2 2 2 2	16	

Digitized by Google

	Ime i značaj	U kojem poléću?	Od koga dana i měseca?	Koji je predmet učio?	U kojem razredu?	Koliko satih na tědan?		Opazka
6	Peksider Ivan, profesor	I. i II.	—	Računicu i měrstvo » » » » »	VIII. VII. VI.*a*) VI.*b*) III.*a*) III.*b*)	1 3 4 4 3 3	18	Razrednik u VI.*b*) razredu. Knjižničar.
7	Melksner Franjo, profesor	I. i II.	—	Latinski » » Němački	VII. VI.*a*) VI.*b*) VIII.	5 6 6 2	19	Razrednik u VII. razredu
8	Šrabec Armin, profesor	I. i II.	—	Latinski » Gèrčki »	VIII. V. VII. VI.*a*)	5 6 4 5	20	Razrednik u VI.*a*) razredu
9	Dr. Suk Srećko, profesor, propovědnik na višem gimnaziju	I. i II.	—	Věronauk » » » »	VIII. VII. VI.*a*) VI.*b*) V.	3 2 2 2 2	11	Svećenik zagrebačke nadbiskupije; prefekt u kr. pl. konviktu
10	Ilić Katon, profesor	I. i II.	—	Hèrvatski Němački » Zemljopis i pověst » » »	IV *a*) VI.*b*) V. VIII. VII. VI.*b*) IV.*a*)	3 2 2 3 3 3 3	19	Razrednik u IV.*a*) razredu
11	Novotny Věkoslav, profesor	II.	Od 12. travnja	Latinski Hèrvatski » Němački	II.*b*) II.*b*) III.*b*) II.*b*)	8 3 3 3	17	Razrednik u II.*b*) razredu
12	Kučak Stěpan, nam. profesor	I. i II.	Do 12. travnja	Latinski » Gèrčki	IV.*b*) III.*a*) VI.*b*)	6 6 5	17	Razrednik u IV.*b*) razredu
			Od 12. travnja	Latinski » Gèrčki Zemljopis i pověst	IV.*b*) III.*a*) VI.*b*) II.*b*)	6 6 5 3	20	

Digitized by Google

	Ime i značaj	U kojem polèću?	Od koga dana i měseca?	Koji je predmet učio?	U kojem razredu?	Koliko satih na tědan?		Opazka
13	Kresnik Franjo, nam. profesor	I. i II.	—	Latinski Gèrčki „ „	IV.*a*) V. IV.*a*) IV.*b*)	6 5 4 4	19	Razrednik u V. razredu
14	Fabijanec Ivan, nam. profesor	I. i II.	—	Latinski Gèrčki Hèrvatski Němački „ „	III *b*) III.*b*) IV *b*) VI.*a*) IV.*b*) III *b*)	6 5 3 2 2 2	20	Razrednik u III.*b*) razredu
15	Dr. Žerjavić Juraj, nam. profesor	I. i II.	Do 12. travnja	Latinski Hèrvatski Zemljopis i pověst „ Zemljopis	II. III.*b*) VI.*a*) II. I.*b*)	8 3 3 3 3	20	Razrednik u II. razredu
		II.	Od 12. travnja	Latinski Zemljopis i pověst „ Zemljopis „	II.*a*) VI.*a*) II *a*) I.*a*) I.*b*)	8 3 3 3 3	20	Razrednik u II.*a*) razredu. Svećenik zagrebačke nadbiskupije; nadstojnik u nadbiskupskom sirotištu
16	Kaničar Dragojlo, nam. profesor	I. i II.	Do 12. travnja	Latinski Hèrvatski „ Němački	I.*a*) I.*a*) II. II.	8 3 3 3	17	Razrednik u I.*a*) razredu
		II.	Od 12. travnja	Latinski Hèrvatski „ Němački „	I.*a*) II *a*) I.*a*) II *a*) I *a*)	8 3 3 3 3	20	
17	Zemljić Radovan nam. profesor	I. i II.	—	Hèrvatski Němački „ Zemljopis i pověst „ „ „	III.*a*) IV.*a*) III.*a*) V. IV.*b*) III.*a*) III.*b*)	3 2 2 3 3 3 3	19	Razrednik u III.*a*) razredu

Digitized by Google

	Ime i značaj	U kojem polèću?	Od koga dana i měseca?	Koji je predmet učio?	U kojem razredu?	Koliko satih na tědan?		Opazka
18	Janda Josip nam. profesor	I. i II.	Do 12. travnja	Zemljopis	I.*a*)	3	20	Čuvar prirodopisnoga kabineta
				Prirodopis	VI.*a*)	2		
				»	VI.*b*)	2		
				»	V.	3		
				»	III.*a*)	2		
				»	III.*b*)	2		
				»	II.	2		
				»	I.*a*)	2		
				»	I.*b*)	2		
		II.	Od 12. travnja	Prirodopis	VI.*a*)	2	19	
				»	VI.*b*)	2		
				»	V.	3		
				»	III.*a*)	2		
				»	III.*b*)	2		
				»	II *a*)	2		
				»	II.*b*)	2		
				»	I.*a*)	2		
				»	I.*b*)	2		
19	Kössler Dragutin nam. profesor	I. i II.	Do 12. travnja	Němački	I.*a*)	3	13	
				»	I.*b*)	3		
				Računicu i měrstvo	V.	3		
				»	II.	3		
				»	I.*a*)	3		
				»	I.*b*)	3		
		II.	Od 12. travnja	Němački	I.*b*)	3	18	
				Računicu i měrstvo	V.	3		
				»	II.*a*)	3		
				»	II.*b*)	3		
				»	I.*a*)	3		
				»	I.*b*)	3		
20	Marn Franjo nam. profesor	I. i II.	—	Latinski	I.*b*)	8	18	Razrednik u I.*b*) razredu
				Gèrčki	III.*a*)	5		
				Hèrvatski	I.*b*)	3		
				Němački	VII.	2		

Učenike gèrčko-iztočnoga věroizpovědanja podučavao je u nauku věre Ambroz Pavlović, administrator ovogradske gèrčko-iztočne župe.

Učenike izraelitskoga věroizpovědanja podučavao je ovogradski izrael. rabin Jakob Eisner.

Digitized by Google

C.

Izvanredni predmeti.

Francezki je jezik učio Antun Petrić, učitelj francezkoga i talijanskoga jezika, dvaput na tĕdan bezplatno 7 učenikah.

Talijanski je jezik učio Antun Petrić, učitelj francezkoga i talijanskoga jezika, dvaput na tĕdan bezplatno 8 učenikah.

Englezki je jezik učio Armin Šrabec, gimn. profesor, dvaput na tĕdan 20 učenikah.

U krasopisu je podučavao učenike 1., 2. i 3. razreda triput na tĕdan učitelj na tèrgovačkoj gradskoj učioni, Josip Devidé, uz godišnju nagradu.

U prostoručnom je risanju podučavao 2 sata na tĕdan 35 učenikah, i to 28 bezplatno profesor risanja na kralj. realci, Dragutin Stark.

U pĕvanju je podučavao 24 učenika niže gimn. a 60 učenikah više gimn. učitelj pĕvanja Josip Eisenhut za godišnju nagradu dva put na tĕdan.

U glasbi je podučavano 14 gimn. učenikah bezplatno na zem. glasbenom zavodu.

U gimnastici je podučavao učitelj gimnastike Miroslav Singer na tĕdan 10 satih u pojedinih odĕlih, i to u I. poléću 102 a u II. poléću 70 učenikah, izmedju kojih 42, odnosno 22 učenika bezplatno.

D.

Sbirke učevnih sredstvah.

1. Knjižnica.

a) Učiteljska knjižnica.

Broj u knjižnici	Predmet	Koliko dĕlah	Broj u knjižnici	Predmet	Koliko dĕlah
I.	Bogoslovje.			Prenos - -	781
I.a)	Nauk vĕre - - - - - - -	36	III F	*Drugih jezikah i linguistika.*	
I.b)	Cèrkvena povĕst - - - - -	17	III Fa	Pisci - - - - - - - - -	2
II.	Dĕla filozofičko-pedagogička:		III Fb	Pomoćne knjige - - - - - -	31
			IV.	Zemljopis.	
II.a)	Filozofija - - - - - - - -	43	IV.a	Zemljopisna dĕla - - - - -	91
II.b)	Pedagogika - - - - - - -	14	IV.b	Atlanti, zemljovidi, globusi - -	67
III.	Filologija.		V.	Povĕst.	
III A	*Latinska.*		V.a	Obća povĕst - - - - - - -	31
III Aa	Klasici, prozaisti i pĕsnici - -	146	V.b	Posebna povĕst, monografije i. p.	188
III.Ab	Rĕčnici, slovnice, literature, starožitnosti i p. - - - - - - -	85	VI.	Matematika - - - - - -	73
			VII.	Fizika, kemija, mehanika tehnologija, astronomija	60
III.B	*Gèrčka.*		VIII.	Prirodopis.	
III Ba	Klasici itd. - - - - - - -	100	VIII.a	Prirodopisna dĕla, lĕčnička i d. -	93
III.Bb	Rĕčnici itd. - - - - - - -	67	VIII.b	Prirodopisne slike, karte i p. -	8
III.C	*Hèrvatska.*		IX.	Spisi akademijah: bečke, jugoslavenske i družtvah znanstvenih - - - - -	29
III.Ca	Klasici itd. - - - - - - -	101			
III.Cb	Pomoćne knjige - - - - - -	27			
III.D	*Slavenska.*		X.	Časopisi - - - - - - -	33
III.Da	Klasici itd. - - - - - - -	4	XI.	Beletristika.	
III.Db	Slovnice i. p. - - - - - -	58	XI.a	Hèrvatska - - - - - - -	29
III.E	*Němačka.*		XI.b	Němačka i inih jezikah - - -	47
III.Ea	Klasici i. p. - - - - - - -	23	XII.	Spisi razna sadèržaja - -	61
III.Eb	Slovnice i. p. - - - - - - -	60		Svega - - -	1624
	Iznos - - - -	781			

Digitized by Google

Ova se je knjižnica tečajem školske godine pomnožala ovimi knjigami, koje su nabavljene uništavšimi novci u ime primarine i godišnje dotacije:

1. Dr. W. Kaulich Handbuch der Psychologie. — 2. Dr. G. A. Lindner Ideen zur Psychologie der Gesellschaft. — Dr. J. W. Nahlovsky Allgemeine praktische Philosophie (Ethik). — 4. J. A. Wentzke Compendium der Psychologie und Logik. — 5. Dr. C. Fortlage Acht psychologische Vorträge. — 6. K. A. J. Hoffmann Abriss der Logik. — 7. Dr. J. Dastich a Vacl. Jendečky Logika po vyšši gymnazia. — 8. Dr. Križan Ljubav, brak i obitelj s filosofičkoga gledišta. — 9. Müller Essay (nastavljeno). — 10. A. Al. Wolf Deutsch-slovenisches Wörterbuch. — 11. Friedrich Blass Ueber die Aussprache des Griechischen. — 12. J. i W. Grimm Deutsches Wörterbuch (nastavljeno). — 13. A. Wolff Die Classiker aller Zeiten und Nationen (nastavljeno). — 14. Fr. Kurelac Ranje i Pahuljice. — 15. A. Neumann und Otto Gehlen Deutsches Lesebuch. — 16. J. L. Klein Geschichte des Dramas. — 17. W. S. Teufel Geschichte der römischen Literatur. — 18. Dr. A. Schäfer Demosthenes und seine Zeit. — 19. W. Corssen Ueber Aussprache, Vokalismus und Betonung der lateinischen Sprache. — 20. Dr. A. Steitz Hesiodos Werke und Tage. — 21.—23. Dr. Chr. W. J. Cron. Platons Georgias, Laches, Protagoras. — 24. Dr. Karl Jakobitz Lucians ausgewählte Schriften. — 25. Dr. J. v. Gruber M. T. Ciceronis de officiis. — 26.—28. Dr. W. Piderit Cicero de oratore, Brutus de claris oratoribus, orator ad M. Brutum. — 29. Otto Heine: Ciceronis Tusculanarum disputationum. — 30.—31. G. Lachmeyer M T. Ciceronis Cato maior, Laelius de amicitia. — 32. Dr. Chr. Ostermann Lat. Uebungsbuch. — 33. W. Brambach Die sophokl. Gesänge metrisch. — 34. H. Schiller Die lyrischen Versmasse des Horac. — 35. Kleinpaul Von der Volkspoesie. — 36. G. Freytag Die Technik des Dramas. — 37. Dr. G. Sauppe Themen zu lateinischen Aufsätzen. — 38. J. G. Rothmann Beiträge zur Einführung in das Verst. der griech. Tragedie. — 39. Fr. Neue Formenlehre der lateinischen Sprache. — 40. J. B. Högel Lehrbuch der englischen Sprache. — 41. R. Gottschall Die deutsche National-Literatur. — 41.—44. Heinrich Düntzer Erläuterungen zu Lessings, Herders, Wielands, Klopstocks Werken. — 45. Dr. Gerh. Zellgenz Aristoteles und das deutsche Drama. — 46. Stojan Novaković Srbska sintaksa. — 47. Georg Curtius Beiträge zur griechischen und lateinischen Grammatik. — 48. Joh. Scherr Allg. Geschichte der Literatur. — 49. J. Filipović „Bosiljak", list za omladinu (nastavljeno). — 50. Dr. M. Meiring Uebungen zur lateinischen Grammatik. — V. Gaj Lira, različne pjesme (nastavljeno). — 52. J. Filipović Novi riečnik hrvatskoga i němačkoga jezika (nastavljeno). — 53. —vić Bosanski prijatelj. — 54. J. Kostrenčić Vèrtić pjesme Fr. K. M. Frankopana. — 55. Bosanske narodne pripovjedke. — 56. R. Westphal Method. gram. der griechischen Sprache (nastavljeno). — 57. B. Dellbrük und E. Windisch Syntaktische Forschungen. — 58. A. v. Hoff Geschichte der durch Ueberlieferung nachgewiesenen natürlichen Veränderungen der Erdoberfläche. — 59. W. Pütz Charakteristiken zur vergleichenden Erd- und Völkerkunde. — 60. C. A. Bretschneider Leitfaden für den geographischen Unterricht. — 61. Wappäus Dr. J. E. Handbuch der Geographie und Statistik. — 62. Slovenski sviet, hist. stat. etnogr. razprava. — 63.—64. G. Friedrich Kolb Culturgeschichte der Menschheit, Geschichte der Menschheit und der Cultur. — 65. G. Grote Geschichte Grieckenlands. — 66. Tkalčić J. K. Poviest Hrvatah. — 67. Balenović Pojestnica hrvatskoga naroda. — 68. J. Tomić Hrvati, to jest crtice iz hrvatske poviesti. — 69. Wenzig Josef Westslavischer Märchenschatz. — 70. J. Steiner und Dr. H. Schröter Vorlesungen über synthetische Geometrie. — 71. Dr. J. F. Geiser Einleitung in die synthetische Geometrie. — 72. B. Rieman und K. Hallendorf Partielle Differential-Gleichungen. — 73. L. Euler J. A. Chr. Michelsen Einleitungen in die Analysis des Unendlichen. — 74. O. Schlikum Der chemische Analitiker. — 75. H. E. Roscoe, C. Schorlemmer Kurzes Lehrbuch der Chemie. — 76. Graham Otto Lehrbuch der Chemie. — 77. J. Moleschott Der Kreislauf des Lebens. — 78. Dr. A. Petermann Mittheilungen über wichtige neue Erforschungen auf dem Gesammt-Gebiete der Geographie (nastavljeno). — 79. Dr. O. Peschel: Das Ausland (nastavljeno). — 80. Dr. E. M. Dingler Polytechnisckes Journal (nastavljeno). — 81. E. Behm Geographisches Jahrbuch (nastavljeno). — 82. J. G. Seidel, Fr. Hochegger und J. Vahlen Zeitschrift für die österr. Gymnasien (nastavljeno). — 83. Dr. A. Fleckeisen und Dr. H. Masius

Digitized by Google

Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik (nastavljeno). — 84. Fr. Ritschl und A. Klette Rheinisches Museum für Philologie (nastavljeno). — Dr. M. Lazarus und Dr. H. Steinthal Zeitschrift für Völkerpsychologie und Sprachwissenschaft. — 86. W. Wachsmuth Europa's Sittengeschichte.

b) Gimnazijska učenička knjižnica

koncem školske godine ima ukupno 308 komadah.

Ove su školske godine darovali što učiteljskoj što učeničkoj knjižnici: Jugoslavenska akademija u Zagrebu „Rad jugoslav. akademije", „Pavić poviest dubrov. drame". Ravnat. narodnoga muzeja „Viestnik nar. zem. muzeja u Zagrebu". C. kr. akademija znanosti u Beču: Sitzungsberichte: philos. historische, mathem. naturhist. Klasse; Denkschriften; Archiv für österreichische Geschichte Fontes rerum austriae, Almanach, ukupno 41 kom. Profesor Dr. Žerjavić „Nepogriešivost Papina" i „Placetum regium". Dr. A. Tille: „Učebna kniba zeměpisa i zeměpisny atlas method".

2. Lučbeno-fizikalna sbirka.

Početkom školske godine 1870—71. imala je ova sbirka fizikalnih strojevah, spravah i raznoga fizikalnoga orudja 244 komada.

Ove je školske godine nabavljeno novcem opredělјenim za umnoženje te sbirke:

1. Voltameter. — 2. Tangentbusola. — 3. Rheostat. — 4. Odporna kopanjica za iztraživanje odpora tekućinah, što ga čine struji. — 5. Menjalo struje (Commutator). — 6. Electrofor. — 7. Sprava za munjevno poděljenje. — 8. Navojna sprava za dokaz, da se munjina samo po povèršini těla razplodjuje. — 9. Voltov stup od 35 elemenatah. — 10. Dvanaest diafragmah. — 11. Condensator. — 12. Dvě condensatorne pločice. — 13. Šibka od gumija. — 14. Komad platinske žice, težak pedeset granah.

3. Prirodopisna sbirka.

U ovoj sbirci ima koncem ove školske godine u odělu:

A) Životinjah.

I. Kralježnjakah (Versobrata).

a) Sisavacah:

α) okosturenih	11	vèrst.
β) naděvenih	3	„
γ) ožešćenih	1	„
δ) ukalupljenih	7	„

b) Pticah:

α) okosturenih	1	„
β) naděvenih	120	„

c) Vodozemacah:

α) okosturenih	4	„
β) ožeštjenih	17	„

d) Ribah:

α) okosturenih	3	„
β) osušenih	8	„

Uz to od kralježnjah ima okaminah 8 komadah — 8 „

Digitized by Google

II. Sglavkarah (Arthrozoa).

a) Zareznikah valjanih - - - - - - - - - - - - - - 100 vèrst.
b) Paukah ožeštjenih - - - - - - - - - - - - - - 20 „
c) Rakah valjanih - - - - - - - - - - - - - - - - 10 „
d) Cèrvih ožeštjenih - - - - - - - - - - - - - - 7 „

Uz oto za sitnozor priredjenih trichinah.

III. Slazavacah (Gastrozoa).

a) Mekušacah, i to:

α) puževih kućicah (cochlea) 1. sadanjih - - - - - 209 „
„ „ „ 2. okamenjenih - - - 80 „
β) školjakah (conchae) 1. sadanjih - - - - - - - 123 „
„ „ 2. okamenjenih - - - - - - 47 „

b) Zrakašah - - - - - - - - - - - - - - - - - - 15 „
c) Polipah - - - - - - - - - - - - - - - - - - 37 „
Od stakla načinjenih actinah - - - - - - - - - 5 „
d) Protozoah i to foraminiferah sadrenih - - - - - - - 30 „

B) Bilja.

Bilnjik (Herbarium):

α) Javnocvětakah - - - - - - - - - - - - - - - 500 vèrst.
β) Tajnocvětakah - - - - - - - - - - - - - - - 300 „

K tomu dvě lupine od kokosnjaka.

C) Rude.

I. Nazivoslovna sbirka.

a) Ledačastih kalupah:

α) papirnatih - - - - - - - - - - - - - - - 20 komadah
β) dèrvenih - - - - - - - - - - - - - - - - 53 „
γ) sadrenih - - - - - - - - - - - - - - - - 125 „

b) Rudah - - - - - - - - - - - - - - - - - - - 401 „
c) Rudah za izpitivanje s puhaljkom - - - - - - - - 120 „
d) Razne sprave i reagencije za izpitivanje lučbenih svojstvah rudah.

II. Sustavo opisna sbirka - - - - - - - - - - - - - 331 komadah
III. Zemljoznanstvena sbirka - - - - - - - - - - - - 270 „

Prirodopisnih slikah ima gimnazija od prošlih godinah 60 komadah i 1 prirodopisni atlant od Kolba.

Ovi su učenici poklonili *) sbirci više valjanih rudah i okaminah:

Žigrović Ivan, učenik V. razreda, 1 komad iz postonjske špilje.
Sokač Žiga, učenik V. razreda, 7 komada rudah.
Holjac, učenik III.*b)* razreda, okom. školjkah.
Janković Ivan, učenik III.*a)* razreda, 6 kom. rudah.
Jurinić Stěpan, učenik III.*a)* razreda, 1 kom. rude.
Jurjević Rok, učenik III.*a)* razreda, 1 kom. rude.
Milić Osvald, učenik III.*b)* razreda, 2 komada rude.
Pebarc Rudolf, učenik III.*a)* razreda, 4 komada rudah.

*) Svaki dar, koji bi se mogao upotrěbiti, prima čuvar ove sbirke zahvalnošću.

Digitized by Google

Simić Vladko, učenik III.*b*) razreda, 4 komada rudah.
Wickerhauser Theodor, učenik III.*b*) razreda, 5 komada rudah.
Šmid Emanuel, učenik III.*a*), 5 kom. okam. i 5 kom, rudah.
Sačer Gjuro, učenik III.*a*) razreda, 1 lěpi komad uledjena bělutka.

4. Sbirka novacah.

Bakrenih 18. i 19. stoléća raznih dèržavah - - - - - - - - - - -	115	komadah
„ rimskih -	28	„
Srebèrnih 18. i 19. stoléća - - - - - - - - - - - - - - - - -	10	„
Srebèrnih gèrčkih, makedonskih i rimskih - - - - - - - - - - -	32	„
Spomenicah -	2	„
Svega - - -	187	komadah.

E.

Lětopis gimnazija.

U profesorskom sboru nastale su početkom i tečajem školske godine ove proměne:

Profesor Ivan Macun bude preměšten na prvi državni gimnazij u Gradac vis. odpisom dne 14. listopada 1870 br. 2995, město njega bude imenovan za nam. prof. Franjo Marn, pripravnik za gim. profesuru na c. kr. sveučilištih u Pragu i Gradcu visokom odlukom dne 23. listopada br. 3121.

Nam. profesor Ivan Gvozdanović bude imenovan privr. učiteljem na kralj. šumarsko-gospodarskom učilištu u Križevcih visokom odlukom dne 16. rujna 1870 br. 5463/928, město njega bude imenovan za nam. profesora Josip Janda, pripravnik za gimn. profesuru na c. kr. bečkom sveučilištu visokom odlukom dne 19. rujna 1870 br. 2556.

Privrem. nam. profesor iz věronauka dr. Josip Stadler odstupi od učiteljstva kao profesor i nadstojnik u nadbiskupskom liceju, město njega bude pravim profesorom i propovědnikom na višem gimnaziju imenovan visokom odlukom 7. rujna 1870 br. 2364 dr. Srećko Suk, nadstojnik naukah u nadbiskupskom sěmeništu i profesor u liceju nadbiskupskom.

Nam. profesor Stěpan Tadić odstupi od učiteljstva dne 24. listopada 1870 kao novoimenovani župnik u Pakracu, do kojega je dana od početka školske godine suplovao učevne sate iz věronauka za boravljenja dr. Srećka Suka na dopustu; město njega bude imenovan za nam. prof. Stěpan Kučak, nam. prof. na kralj. varaždinskom gimn. vis. odlukom dne 19. rujna 1870 br. 2556.

Město privrem. nam. profesorah Juraja Strižkovića, Josipa Johanidesa, Ivana Jozića, Tome Novakovića budu imenovani: Armin Šrabec, profesor na kr. gimnaziju u Osěku, za pravoga profesora vis. odlukom dne 19. rujna 1870 br. 2556; Katon Ilić, nam. prof. na kr. rěčkom gimnaziju i kandidat za gimn. profesuru na c. kr. bečkom sveučilištu vis. odlukom dne 19. rujna 1870 br. 2556 za nam. profesora a vis. odlukom dne 26. prosinca 1870 br. 3343 za pravoga profesora na kr. karlovačkom gimnaziju priděljenjem ovomu kr. gimn. na učiteljevanje; Franjo Kresnik, nam. profesor kr. gimn. osěčkoga i kandidat za gimn. profesuru na c. kr. bečkom sveučilištu visokom odlukom dne 6. listopada 1870 br. 2884 za nam. profesora; Dragutin Kössler, pripravnik za profesuru matem. struke na politehnici u Zürchu vis. odlukom dne 19. rujna 1870 br. 2556 za nam. profesora.

Věkoslav Novotny, nam. profesor ove kr. gimn. i pripravnik za gimn. profesuru na c. kr. bečkom sveučilištu, bude otvorenjem paralelke u 2. razredu imenovan vis. odlukom dne 9. travnja 1871 br.

Digitized by Google

918 za nam. profesora, a vis odlukom dne 30. travnja 1871 br. 1129 za pravoga profesora na kr. požežkom gimnaziju priděljenjem ovomu kr. gimnaziju na učiteljevanje.

Školska se je godina 1870/1 počela dne 1. listopada zazivanjem duha svetoga i svečanom službom božjom u gimn. cèrkvi sv. Katarine.

Radi velikoga broja upisanih javnih učenikah budu paralelke otvorene odmah početkom školske godine u 1., 3., 4., 6. razredu a tečajem drugoga poléća dne 12. travnja jošt u 2. razredu.

Predavanja su počela dne 3. listopada. Školski su zakoni čitani i tumačeni napose učenikom više i niže gimnazije dne 3. listopada.

Previšnji godovni dan *Njegova c. kr. apoštolskoga Veličanstva našega premilostivoga kralja* **Franje Josipa I.** i previšnji imendan *Njezina c. kr. apoštolskoga Veličanstva naše premilostive kraljice* **Elizabete** proslavila je gimnazijalna mladež svečanom službom božjom u gimn. cèrkvi sv. Katarine.

Njegova Prenzvišenost světli ban kraljevine dalm.-hèrvat.-slavonske gosp. **Koloman pl. Bedeković** udostojio je u pratnji presvětloga gosp. dr. Mirka Šuhaja, načelnika kr. zem. dalm.-hèrv.-slavonske vlade dne 7. sèrpnja posětiti kr. ovaj zavod te visokim prisustvovanjem u IV.*a*) razredu odlikovati preměstni izpit iz hèrvatskoga jezika od 11—12¼ sata prateć pozorno pobudjujućom blagonaklonošću deklamacije i odgovore učenikah iz učevnoga gradiva dot. predmeta. Iza dovèršena izpita blagoizvoljela je Njegova Preuzvišenost izraziti svestrano zadovoljstvo nad upravom zavoda i pohvalom visokom priznati napredak i odlično vladanje gimnazijalne mladeži.

Taj dan visokoga posěta Njegove Preuzvišenosti bilježi kr. ovaj zavod i gimn. mladež u zahvalnoj svojoj trajnoj uspomeni.

Poglaviti g. vladni tajnik oděla za bogoštovlje i nastavu Janko Jurković pregledavao je svekolike gimnazijalne prostorije s ovogimn. ravnateljem i s g. Maksom Kremplerom, činovnikom kralj. zem. graditeljnoga ravnateljstva.

Dne 18. veljače završeno je pèrvo poléće službom božjom i děljenjem svědočabah; drugo se je poléće začelo dne 24. veljače a završilo se je dne 30. sèrpnja svečanom službom božjom i „Tebe Boga hvalimo“, nakon koje su děljene svědočbe i nagrade u pojedinih razredih.

Zdravlje medju mladeži bilo je prema okolnostim dosta povoljno.

Odlična mladića VI.*a*) razreda Josipa Blažekovića iz Požege i IV.*a*) razreda Danu Ranilovića iz Žumbèrka ugrabi nemila smèrt u naručaju roditeljah iza dugoga bolovanja.

Služba božja.

K svakdanjoj službi božjoj u gimn. cèrkvi sv. Katarine dolazila je uredno gimnazijska mladež tečajem cěle godine školske u 7 i pol satih u jutro pod nazorom trojice profesorah; samo kroz nekoliko neděljah nepogodne zime i vlažnoga vremena bila je oprostena od te cèrkvene dužnosti. Neděljom, cèrkvenimi praznici i blagdani dolazila je u 8 i pol satih k službi božjoj. Propověd je bila svake nedělje u 8 satih za nižu a iza zajedničke službe božje u 9 satih za višu gimnaziju; kod večernje i blagoslova bila je gimn. mladež svake nedělje. Uskèrsne je nedělje imala mladež tridnevno duhovno vèžbanje: posebice za viši i niži gimnazij; svaki je dan duhovnoga vèžbanja bila zajednička sv. služba božja a poslě podne večernja i blagoslov. Dan svete Katarine, zaštitnice gimnazijske cèrkve, svetoga Josipa, sv. Alojzija, zaštitnika mladeži, proslavili su učenici svečanom službom božjom, večernjom i blagoslovom.

Na Sebastianovo i Fabijanovo, Markovo, Florianovo, na spasovske dane molitve, na Tělovo veliko i malo prisustvovala je mladež i cèrkvenim svečanim obhodom.

Svetu izpověd i pričest obavili su učenici po propisu pet putah tečajem školske godine. Svaki su put obavili tu cèrkvenu dužnost u gimn. cèrkvi svete Katarine pripravljeni shodnim naukom po gimnazijskih kateketah.

Digitized by Google

Izpiti.

Izpite iz věronauka za pèrvo poléće položili su rimo-katolički učenici niže gimnazije dne 10. veljače a učenici više gimnazije dne 11. veljače u prisutnosti gimn. ravnatelja i razrednih profesorah pod predsědničtvom prečastnoga kanonika g. Franje Husara, koji je odredjen bio mèsto bolestnoga nadbiskupskoga pověrenika preč. gosp. Stěpana Vukovića, opata, kanonika i ravnatelja kr. plem. konvikta; za drugo su poléće položili dne 21. sèrpna učenici više a dne 22. sèrpnja niže gimnazije pod predsědničtvom prečastnoga kanonika g. Luke Rumplera u prisutnosti gimn. ravnatelja i razrednih profesorah.

Učenici gèrčko-iztočnoga věroizpovědanja izpitani su iz věronauka dne 20. sèrpnja u prisutnosti gimn. ravnatelja od veleč. g. administratora ovogradske župe Ambr. Pavlovića, a učenici izraelitskoga věroizpovědanja dne 21. sèrpnja u prisutnosti gimn. ravnatelja od učitelja i rabina Jakova Eisnera.

Pismeni izpiti iz pojedinih predmetah obavljani su u pèrvom poléću od 3.—8. veljače a u drugom od 24.—30. sèrpnja u pojedinih razredih, ustmeni preměstni izpiti od 1.—20. srpnja iz svakoga učevnoga predmeta u prisutnosti ravnatelja i pojedinih razredih.

Iz francezkoga i talijanskoga jezika obavljen je izpit dne 24. a iz englezkoga jezika dne 25. sèrpnja.

Pismeni izpiti privatistah dèržani su dne 28. a ustmeni dne 29. sèrpnja.

Izpiti zrelosti pismeni obavljeni su dne 17., 18., 19., 20. i 21, sèrpnja, a ustmeni će se dèržati dne 2. i slědećih danah kolovoza pod predsědničtvom velm vladn. pověrenika Janka Jurkovića, tajnika vladnoga oděla za bogoštovlje i nastavu.

Izpitu se je zrelosti podvèrglo 23 javna i 3. privatna učenika, od kojih 2 klerika ovdašnjega nadbiskupskoga sěmeništa. Uspěh izpita zrelosti objaviti će se u programu buduće školske godine.

Prošle školske godine dovèršeni su izpiti zrelosti dne 27. sèrpnja ovim uspěhom:

Od javnih učenikah dobiše svědočbu izpita zrelosti s odlikom: 1. Gjurišević Dragutin rodom iz Belovara; 2. Heinz Vinko rodom iz Gline; 3. Košćal Franjo rodom iz Opave u Šlezkoj; 4. Mindszenty Rudolf rodom iz Krapine; 5. Šek Vojtěh rodom iz Vugrovca; 6. Vèrbanić Gjuragj rodom iz Zagreba; 7. Vernić Robert rodom iz Jastrebarskoga; 8. Žugčić Stěpan rodom iz Karlovca; — svědočbu izpita zrelosti bez odlike: 9. Betelheim Adolf rodom iz Zagreba; 10. Kornitzer Gustav rodom iz Karlovca; 11. plem. Kraljević Tomo rodom iz Križevacah; 12. plem. Labaš Janko rodom iz Selna; 13. Majcen Ljudevit rodom iz Zagreba; 14. Marković Skender rodom iz Poljanacah; 15. Nikolaević Milán rodom iz Rume; 16. Šincek Janko rodom iz Križevah; 17. plem. Standuar Gedeon rodom iz Siska; 18. Thaller Mane rodom iz Požege; 19. Vidmar Matija rodom iz Broda (kod Kupe); 20. Zankl Julij rodom iz Belovara; — od privatistah: 21. Babić Franjo rodom iz Klanjca; 22. Beker Ivan rodom iz Pitomače; 23. Ivanišević Ivan rodom iz Godinjaka; 24. Novaković Josip rodom iz Požege; Rubi Honorat rodom iz Smöllnitz-Hütte u Ugarskoj; 26. Spigelski Guido rodom iz Karlovca; 27. Tot Božidar rodom iz Zagreba; 28. Vidović Josip rodom iz Zagreba.

F.

Važnije naredbe, što su stigle ove školske godine na kralj. gimn. ravnateljstvo.

1. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 29. kolovoza 1870. br. 2134, kojim se razpisuje natěčaj za deset štipendijah po 300 for. a. vr. na godinu, utemeljenih za hèrvatske učenike na pravoslovnom, mudroslovnom i léčničkom fakultetu sveučilišta peštanskoga.

Digitized by Google

2. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 7. rujna 1870. br. 2364, kojim se obznanjuje. da je kr. zem. vladni oděl za bogoštovlje i nastavu imenovao nadstojnika naukah u sěmeništu i profesora u liceju nadbiskupskom Srećka Suka pravim učiteljem věronauka na kr. velikom gimnaziju zagrebačkom sa sustavnimi užitci.

3. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 27. rujna 1870. br. 5463/928, kojim se dostavlja dekret na izvěšće od 27. svibnja 1770. br. 130 za nam. učitelja Ivana Gvozdanovića, kojim se imenuje privremenim učiteljem prirodopisne struke na kr. šumarsko-gospodarskom učilištu u Križevcih.

4. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 19. rujna 1870. br. 2556, kojim se obznanjuje, da je kr. zem. vladni oděl za bogoštovlje i nastavu imenovao učitelja kr. gimnazija osěčkoga Armina Šrabca pravim, a nam. učitelja gimnazija varaždinskoga Stěpana Kučaka i kandidate gimn. učiteljstva Katona Ilića, Josipa Jandu, Dragutina Kösslera nam. učitelji na ovom kr. gimnazija sa sustavnimi užitci.

5. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 22. rujna 1870. br. 2687, kojim se odobravaju proměne u učevnoj osnovi za nastajuću godinu školsku 1869/70. kako jih učiteljski sbor predložio u 13. zapisniku sědničnom, zatim u zapisniku o zaključnoj sědnici.

6. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 19. rujna 1870. br. 2587, kojim se obznanjuje, da je kr. zem. vladni oděl za bogoštovlje i nastavu podělio podporu abiturientom ovoga kr. gimnazija Mati Vidmaru, Franji Košćalu i Vinku Heinzu podporu svakomu iznosom od 400 for. na godinu s putnim troškom od 31 for. 50 novč. a. vr. u svèrhu, da na mudroslovnom fakultetu sveučilišta bečkoga mogu nastaviti svoje nauke u směru priprave za učiteljstvo gimnazijalno iz klasično-jezikoslovne struke.

7. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 23. rujna 1870. br. 2671, kojim obznanjuje, da je preuzvišeni gospodin nadbiskup zagrebački Josip Mihalović za marljive, ćudoredne nu siromašne učenike ovdašnjih zavodah odredio počam od 1. listopada 1870. ova štipendija: za 4 slušatelja pravah po 100 for., za 4 gornjo-gimnazijalca po 60 for., za 4 gornjo-realca po 60 for., za 4 pripravnika po 60 for., za 2 pripravnice po 120 for., za 4 učenice u konviktu ovdašnjih milosèrdnicah po 120 for., za 2 sirote u samostanu istih milosèrdnih sestarah po 60 for.

8. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 28. rujna 1870. br. 2635, kojim se rěšava izvěšće o napredku mladeži ovoga učevnoga zavoda u ćudorednosti i nauku věre tečajem školske godine 1869/70.

9. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 6. listopada 1870. br. 2884, kojim se odobrava prijavljeni poziv kandidata Franje Kresnika za nam. učitelja na ovaj kr. gimnazij.

10. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 14. listopada 1870. br. 2995, kojim obznanjuje, da je jedno učiteljsko město izpražnjeno na pèrvom dèržavnom gimnaziju u Gradcu podělio c. kr. ministar bogoštovlja i nastave ovogimn. profesoru Ivanu Macunu.

11. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 23. listopada 1870. br. 3021, kojim imenuje na predstavku dne 15. listopada 1870. br. 326 kandidata gimnazijskoga učiteljstva Franju Marna nam. učiteljem ovoga kr. gimnazija.

12. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 8. studenoga 1870. br. 3272, kojim priobćuje, da je Njegova Preuzvišenost gospodin nadbiskup imenovao kanonika Stěpana Vukovića definitivno cèrkvenim pověrenikom za kr. gimnazij i veliku realku zagrebačku.

13. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 26. prosinca 1870. br. 3343, kojim se obznanjuje, da je kr. zem. vladni oděl za bogoštovlje i nastavu imenovao nam. učitelja kr. gimnazija Katona Ilića pravim učiteljem kr. karlovačkogu gimnazija sa ustavnimi užitci priděljenjem na službovanje kr. ovomu gimnaziju.

Digitized by Google

14. Naredba vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 9. sěčnja t. g. br. 3771 ex 1870., kojim se odredjuje, da se svi javni organi u svom uredovanju služe bèrzojavom samo u slučajevih neobhodne nužde i da budu po mogućnosti kratko sastavljene vësti.

15. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 7. sěčnja t. g. br. 3758 ex 1870., kojim se obznanjuje, da je kr. zem. vladni cděl za bogoštovlje i nastavu obnašao dozvoliti, da se I. svezak knjige „Poviest Hèrvatah“ napisane J. K. Tkalčićem može kano pomoćna knjiga upotriebiti u srednjih učilištih i viših djevojačkih učionah te i kano nagradna knjiga uz cienu od 40 novč.

16. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 13. sěčnja t. g. br. 114, kojim se dostavlja 116 for. za razděljenje medju siromašne i dobre učenike ovoga kr. gimnazija od sabranih po većini sobora trojedne kraljevine dobrovoljnih darovah u ime podpore za sirotinju glavnoga grada Zagreba.

17. Dopis poglavarstva grada Karlovca dne 27. sěčnja t. g. br. 239, kojim poděljuje podporu od 25 for. učeniku 8 razreda Martinu Bišćanu.

18. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 4. veljače t. g. br. 277, kojim se obavěšćuje, da je Njegovo cesarsko i kraljevsko apoštolsko Veličanstvo blagoizvoljelo previšnjim rěšenjem od 26. sěčnja t. g. Levina baruna Raucha usléd preponizne vlastite njegove molbe časti Bana kraljevinah Hèrvatske, Slavonije i Dalmacije premilostivo rěšiti te podjedno ministra hèrv.-slav.-dalm. Kolomana pl. Bedekovića Banom pomenutih kraljevinah preblagostivo naimenovati.

19. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 21. veljače t. g. br. 434, kojim se obznanjuje, da je Njegovo c. i kr. apoštolsko Veličanstvo blagoizvolilo previšnjim rěšenjem dne 10. veljače t. g. Petra grofa Pejačevića pravoga tajnoga savětnika premilostivo naimenovati hèrv.-slav.-dalm. ministrom.

20. Odpis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 25. veljače t. g. br. 338, kojim obznanjuje, da se prepušta za školsku porabu na nižih gimnazijah i realnih učionah u kraljevinah Hèrvatskoj i Slavoniji knjiga izašla troškom i nakladom zem. vlade pod naslovom: „Prirodopis bilinstva sa slikami“ izradjenu po 8. něm. izdanju knjige dr. V. Pokorny-a u jeziku hèrvatskom po ravnatelju gimnazija osěčkoga Ž. Vukasoviću na cěnu od 1 for. a. vr.

21. Naredba vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 22. ožujka 1871. br. 168, kojom se odlučuje, da se ima ostati pri dosadanjem običaju glede nagradnih knjigah a ravnateljstvo se ovlašćuju, da kod upisavanja novih učenikah može uz propisanu primarinu pobirati još primjeran sporazumno s učit. sborom ustanoviti se imajući prinesak za učeničku knjižnicu, koji nesmije iznositi preko 50 novč. a vr. za svakoga pojedinoga učenika.

22. Dopis vis. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 24. ožujka t. g. br. 765, kojim preporuča globe za srednje učione, koje je dala ovogradska knjižara Albrechta i Fiedlera u zavodu J. Felkla prirediti s hèrvatskom nomenklaturom uz cěnu po veličini od 12 for. 60 novč., 7 for., 5 for.

23. Naredba vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 3. travnja t. g. broj 696 glede polaganja dopuniteljnoga izpita učiteljskoga u zakonu propisano vreme.

24. Dopis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 9. travnja t. g. br. 918, kojim se dozvoljava na izvěšće dne 3. travnja t. g. br. 70 otvorenje paralelke u 2. razredu i podjedno imenuje izpitani kandidat gimn. učiteljstva Věkoslav Novotny nam. učiteljem na ovom kr. zavodu.

25. Dopis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 30. travnja t. g. broj 1129, kojim se obznanjujeimenovanje nam. učitelja Věkoslava Novotny-a za pravoga učitelja na kr. požeškom gimnaziju sa sustavnimi užitci pridělјenjem na službovanje kr. ovomu gimnaziju.

26. Dopis vis. kr. zem. vlade za bogoštovlje i nastavu dne 14. svibnja t. g. br. 120, kojim se rěšava glavno izvěštje o stanju ovoga učevnoga zavoda za god. školsku 1869/70.

27. Dopis vis. kr. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 10. lipnja t. g. br. 1569 ex 1870., kojim se dostavljaju neka pitanja, odnoseća se na ustrojstvo gimnazijah.

Digitized by Google

28. Dopis vis. kr. zem. vlade za bogoštovlje i nastavu dne 20. lipnja t. g. broj 1452, kojim obznanjuje, da je izvučena razteretnica lit. A. broj 4039 od 900 for. na ime družtva za podupiranje siromašnih učenikah.

29. Naredba vis. zem. vlade oděla za bogoštovlje i nastavu dne 23. lipnja t. g. broj 1443, kojom su povišene i ustanovljene pristojbe za razne izpite na dèržavnih srednjih učilištih Hèrvatske i Slavonije.

30. Dopis vis. kr. zem. vlada oděla za bogoštovlje i nastavu dne 29. lipnja t. g. broj 1617, kojim se obznanjuje na izvěštje dne 13. svibnja t. g. broj 107, da se ima odustati od predloženoga dodatka „zemljopisa trojedne kraljevine“ k zemljopisnoj početnici za I. razred gimnazijah.

G.

Darovi i podpore.

1. Njegova Preuzvišenost prečastni gospodin nadbiskup zagrebački Josip Mihalović poklonio je blagonaklono družtvu za podupiranje siromašnih učenikah 100 for. a. vr., od koje je svote nabavljena razteretnica od 100 for. a ostatak ukamaćen. Četvorici učenikah, i to dvojici iz VI.*a*), jednomu iz V. a jednomu iz VII. razreda podělio je štipendij godišnji po 60 for.; dvojici i to iz I.*b*) i VII. razreda vanrednu podporu od 40 i 60 for. na godinu a za jednoga učenika iz I.*a*) razreda plaćao stan i hranu.

2. Presvětli gospodin Ivan Kralj, posvećeni biskup i vikar nadbiskupije zagrebačke darovao je i ove godine 100 for. siromašnim gimn. učenikom, od koje jim je svote nabavljena obuća i odělo.

3. Od većine sabora trojedne kraljevine sabranih dobrovoljnih darovah opredělila je *vis. kralj. zem. vlada oděl za bogoštovlje i nastavu* svotu od 116 for. a. vr. na razděljenje medju siromašne i dobre učenike.

4. Za nadarbene knjige doznačio je *vladni oděl za bogoštovlje i nastavu visoke kralj. zemaljske vlade* i ove godine 60 for. a. vr.

5. Ravnateljstvo pèrve hèrvatske štedionice poklonilo je družtvu za podupiranje siromašnih učenikah 50 for. a. vr.

6. Učenici gimnazijalni VIII. i VII. razreda poklonili su družtvu za podupiranje siromašnih učenikah 242 for. kao čist dohodak od glasbeno-deklamatorne zabave, što ju je mladež višega gimnazija dala na korist siromašnim učenikom ovoga kr. gimnazija.

7. Družtvo za podupiranje siromašnih učenikah nabavilo je od svoga dohodka i pomenutih darovah za siromašne učenike tečajem školske godine: 36 kaputah, 28 lačah, 34 para cipelah, 11 komadah šeširah, 30 komadah školskih knjigah a nabavilo na svoj račun za sve bolestne siromašne učenike lěkove.

8. Novčanu godišnju je podporu od 100 for. uživao od presv. gosp. grofa Julija Jankovića Daruvarskoga jedan učenik iz VI.*b*) razreda; od presv. gosp. Rikarda plem. Jelačića vlastelina, godišnju podporu od 55 for. jedan učenik iz VII. razreda; od presvietl. posvećen. biskupa i preč. g. provikara zagreb. nadbiskupije Janka Pavlešića jedan učenik iz I.*a*) razreda měsečnu novč. podporu; isto tako od veleč. gg. kateketah Stepinca i Boroše i gim. profesora Katona Ilića; od kralj. i slobodnoga grada Zagreba uživa jedan učenik iz III.*a*) razreda měsečnu podporu od 5 for. a od kralj. i slob. grada Karlovca poděljena je jednomu učeniku VIII. razreda podporu od 25 for. za pèrvo poléće; od ovogradske pravoslavne občine podupiran je bio jedan učenik iz VII. razreda tečajem cěle školske godine.

9. Bezplatnim stanom i hranom ili bezplatnom hranom podpirali su se ove školske godine siromašne učenike: Presv. posv. biskup i provikar Janko Pavlešić jednoga učenika iz VI.*a*) razreda; prečastna gospoda kanonici: Milašinović Franjo jednoga učenika iz II.*b*) razreda, Radinović Dragutin jednoga učenika iz IV.*a*) razreda, Šuškoviċ Josip jednoga učenika iz VIII. razreda; Gajdek Tomo jednoga učenika iz IV.*a*) razreda, Križanić Gjuro jednoga učenika iz III.*b*) razreda; kr. plem.

Digitized by Google

konvikt osam učenikah i to iz I.*a*), II.*a*), III.*a*), IV.*b*), V., VI.*b*) razreda, nadbiskupsko sirotište tri učenika i to iz I.*a*), II.*a*), III.*b*) razreda, kat. sěmenište osam učenikah i to iz I.*a*), I.*b*), III.*a*), III.*b*), IV.*a*), V., VII. razreda; samostan miloserdne braće tri učenika i to iz II.*b*), III.*a*), V. razreda; smostan franciskanah tri učenika i to iz I.*a*), I.*b*) razreda; samostan duvnah tri učenika i to iz I.*a*), III.*b*), V. razreda.

10. N. N. nadario je jednoga učenika iz VI.*a*) a jednoga učenika iz VI.*b*) razreda sbog izvèrštna napredka u povèsti tečajem školske godine i dokazane marljivosti u tom predmetu na preměstnom izpitu svakoga sa 6 for. a. vr.

11. Družtvo za podupiranje siromašnih učenikah razdělilo je tečajem ove školske godine medju 124 siromašna učenika 504 učevne knjige na porabu.

12. Knjigah su učevnih poklonili knjižnici družtva za podupiranje siromašnih učenikah:

G. Vatroslav Jagić, član jugoslavenske akademije, 24 kom.; grof Marko Jellačić 7 kom.; — učenici VII. razreda: Mihelić Vatroslav 2 kom.; VI. razreda: Hirc Franjo 2. kom., Ivančić Franjo 1 kom., Veličković Jovan 3 kom., Mikiša Andrija 1 kom., Poplašin Franjo 1 kom.; V. razreda: Dollhopf Gustav 2 k., Dömöterfy Gjuro 1 kom., Žigrović Ivan 1 kom., Vukovinski Stěpan 3 kom.; IV. razreda: Magovac Petar 2 kom., Kaničar Dragutin 1 kom., Hrovat Ivan 4 kom.; III. razreda: Devidé Franjo 15 kom., Jurčić Makso 2 kom., Hrušoci Alfons 4 kom., Vežić Nikola 3 kom., Holjac Isidor 1 kom., Hrabrić Antun 4 kom., Predojević Albert 2 kom., Dominić Franjo 1 kom., Malančec Mato 1 kom., Hadrović Nikola 1 kom., Adrinik Gjuro 2 kom., Seitz Franjo 4 kom.; II. razreda: Pajanović Slavoljub 3 kom., Thedrec Robert 2 kom., Debeljak Josip 1 komad, Laboš Vladimir 1 komad, Brezinšćak Milan 1 komad, Bosek Mijo 2 kom., Lepušić August 1 kom., Peerc Aleksander 1 komad; Vèrbanić Juraj 1 komad, Relić Makso 2 kom., Urbanić Ivan 1 komad, Paulić Juraj 1 komad, Kralj Ivan 3 kom, Haladi Franjo 2 kom., Martinković Adalbert 5 kom.; I. razreda: Čačković Stěpan 2 kom., Ključec Milan 1 komad, Herkov Hinko 2 kom., Draganec Milan 3 kom., Imprić Nikola 1 k., Seger Ferdo 1 komad, Kofranek Oskar 2 kom., Tkalec Gjuro 1 komad, Sivoš Slavoljub 1 komad, Trnski Dušan 1 komad, Šenk Dragutin 2 kom., Kaničar Rudolf 2 kom., Mirko Klemen 2 kom., Krsnik Mirko 1 komad, Jancso Viktor 1 komad, Perok Ladislav 1 komad, Lepstik Nikola 1 komad, Panian Eugen 1 komad, Singer Samuel 1 komad, Körbler Viktor 1 komad, Ilić Stěpan 1 komad, Tèržić Vaso 1 komad.

Na ovih se plemenitih darovih i znatnoj podpori izriče što veća zahvalnost.

II.

Statistički pregled gimnazijalne mladeži.

1. Broj učenikah.	U razredu												Svega
	I.*a*)	I.*b*)	II.*a*)	II.*b*)	III.*a*)	III.*b*)	IV.*a*)	IV.*b*)	V.	VI.*a*)	VI.*b*)	VII.	VIII.	
Javnih početkom školske godine	**57**	**55**	**78**	*)	**44**	**45**	**40**	**38**	**66**	**41**	**43**	**45**	**25**	**577**
Preměštenih iz nižega razreda	—	—	68	—	34	40	37	35	51	41	38	40	21	405
Došlih od drugud	49	49	5	—	9	5	2	3	13	—	3	5	4	147
Opetovnjakah	8	6	5	—	1	—	1	—	2	—	2	—	—	25
Pèrvoga poléća primljenih	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
„ „ izostalih	2	2	2	—	—	—	1	2	—	2	1	1	—	13
„ „ privatistah	1	—	2	—	—	2	—	—	—	—	2	3	1	11
Koncem 1. poléća ukupno učenikah	**56**	**53**	**78**	—	**44**	**47**	**39**	**36**	**66**	**39**	**44**	**47**	**26**	**575**

*) U 2. poléću otvorena paralelka.

Digitized by Google

	U razredu													Svega
	I. *a*)	I. *b*)	II. *a*)	II. *b*)	III. *a*)	III. *b*)	IV. *a*)	IV. *b*)	V.	VI. *a*)	VI *b*)	VII.	VIII	
Drugoga poléća primljenih	—	—	—	1	—	—	—	—	2	—	—	1	—	4
„ „ izostalih	6	3	8	2	2	1	2	2	11	—	5	5	2	49
„ „ privatistah	—	2	—	2	—	1	—	4	6	—	3	7	2	27
Koncem 2. poléća ukupno učenikah	**50**	**52**	**24**	**35**	**42**	**47**	**37**	**38**	**62**	**39**	**40**	**47**	**25**	**549**
Od ovih pitomacah štip. u kr. pl. konviktu	—	—	—	5	—	5	—	4	3	7	—	5	2	31
Od ovih plaćajućih u kr. pl. konviktu	2	—	—	—	—	1	—	—	2	2	—	—	—	7
Od ovih pitomacah u nadbiskupskom sirotištu	2	5	8	—	7	5	2	3	6	4	10	—	—	52
Od ovih plaćajućih u nadbiskupskom sirotištu	2	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	2	—	5
Od ovih pitomacah u gèrčk.-kat. sěmeništu	—	2	2	—	—	2	4	—	1	3	1	—	—	15
Od ovih plaćajućih u gèrčk.-kat. sěmeništu	1	1	—	—	—	1	2	—	—	—	—	—	—	5
Od ovih štipendistah	4	3	—	—	3	3	2	2	4	4	3	3	5	36*)
2. Po napredku.														
Javnih učenikah koncem školske godine:														
Pèrvoga reda s odlikom	3	8	7	7	6	7	7	5	6	7	9	8	2	82
Pèrvoga reda	24	30	14	12	24	21	23	25	31	20	25	16	20	285
Popravnikah	5	3	6	6	8	9	7	—	4	7	—	12	1	68
Drugoga reda	11	4	4	4	3	6	—	3	7	4	—	2	—	48
Trećega reda	6	4	2	4	—	2	—	—	1	—	—	—	—	19
Neizpitanih	1	1	1	—	1	1	—	1	8	1	3	2	—	20
3. Po věrozakonu.														
Javnih učenikah koncem školske godine:														
Rimo-katolikah	43	47	30	28	41	43	31	31	54	35	33	34	21	471
Gèrčko-sjedinjenih	1	2	2	—	—	2	4	—	1	—	1	—	—	13
Gérčko-iztočnjakah	2	1	1	3	1	1	2	2	1	3	2	6	2	27
Izraelićanah	4	—	1	2	—	—	—	1	1	1	1	—	—	11
4. Po narodnosti.														
Hèrvatah	49	49	32	33	40	46	36	33	54	38	35	39	19	503
Sèrbah	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	3
Slovenacah	—	—	—	—	1	—	—	—	2	—	1	—	—	4
Čehah	—	—	1	—	—	—	—	—	1	1	1	—	2	6
Poljakah	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
Rusinah	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	2
Madjarah	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1
Němacah	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	2

*) Nově svotom 5402·71 for.

Digitized by Google

	U razredu													Svega
	I.*a*)	I.*b*)	II *a*)	II *b*)	III.*a*)	III.*b*)	IV.*a*)	IV.*b*)	V.	VI.*a*)	VI *b*)	VII.	VIII.	
5. Po plaćanju.														
a) u I. poléću:														
Primarine - - - - - - -	47	47	5	—	9	3	1	2	8	—	3	4	4	133
Školarine - - - - - - -	27	23	24	—	5	15	8	10	24	4	9	13	9	171
Oproštenih od plaćanja školarine - - - - - - -	30	27	52	—	39	31	31	26	42	35	33	31	16	393
b) u II. poléću:														
Primarine - - - - - - -	—	—	—	1	—	—	2	—	1	—	—	—	—	4
Školarine - - - - - - -	33	28	17	17	16	28	9	14	31	19	7	21	8	248
Oproštenih od plaćanja školarine - - - - - - -	17	22	17	16	26	18	28	24	26	20	30	19	15	278
6. Po godinah.														
10 godinah starih - - -	12	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	23
11 „ „ - - -	11	12	—	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	27
12 „ „ - - -	12	7	12	16	2	7	—	—	—	—	—	—	—	56
13 „ „ - - -	8	14	8	6	10	11	2	1	—	—	—	—	—	60
14 „ „ - - -	2	3	9	7	13	16	8	14	1	—	—	—	—	73
15 „ „ - - -	5	1	2	1	10	10	7	10	11	1	4	—	—	62
16 „ „ - - -	—	2	3	—	4	2	10	4	21	18	10	9	—	83
17 „ „ - - -	—	—	—	—	2	—	4	2	16	9	5	9	2	49
18 „ „ - - -	—	—	—	—	—	—	4	3	8	5	8	9	7	44
19 „ „ - - -	—	—	—	—	—	—	2	—	—	2	6	5	4	19
20 „ „ - - -	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	4	8	7	22
21 „ „ - - -	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	3	4

I.

Razredba učenikah.

VIII. RAZRED.

*1. **Badalić Hugo**
2. **Klaić Franjo**

---

3. **Matić Andrija**
4. **Schiebel Adolf**
5. **Pacel Vladimir**
6. **Bišćan Mijo**
7. **Šiffer Alfred**
8. **Mallin Božidar**
9. **Balogh Oskar**
10. **Kešer Antun**
11. **Bišćan Martin**
12. **Tuškan Ivan**
13. **Ivanuš Gjuro**
14. **Falkner Adolf**
15. **Matějka Rikardo**
16. **Cekuš Dragutin**
17. **Šlosser Ljudevit**
18. **Keller Vladoje**
19. **Ivanuš Adolfo**
20. **Dukat Dragutin**
21. **Domjanić Vladislav**
22. **Chavrak Levin**

---

23. **Kršnjavi Dragutin**

VII. RAZRED.

*1. **Ivandija Josip**
2. **Mihelić Vatroslav**
3. **Mohr Nikola**
4. **Halper Aurel**
5. **Nikolić Vladimir**
6. **Sabljak Stěpan**
7. **Opačić Milorad**
8. **Petaj Petar**

Digitized by Google

9. Kotur Dušan
10. Mlinarić Stěpan
11. Požega Luka
12. Ištvanić Mirko
13. Biščan Nikola
14. Hadrović Koloman
15. Banjanin Gjuro
16. Makanec Julij
17. Kotarski Josip
18. Kiš Oskar
19. Vučetić Skender
20. Ostoić Gjuro
21. Kovačić Vatroslav
22. Trnski Želislav
23. Belošević Antun
24. Havliček Josip

---

25. Horvatek Josip
26. Dolovčak Ljubivoj
27. Barac Vladimir
28. Biscontini Alfred
29. Nedeljković Ljubomir
30. Ožegović Mato
31. Halper Vladimir
32. Razum Stěpan
33. Živojnović Mladen
34. Vučetić Stěpan
35. Vragović Vladoje
36. Gregel Matija
37. Dvoršćak Ferdo
38. Bèrcković Josip

Neizpitani:

39. Genskov Franjo
40. Lipkovac Stěpan.

VI.*a*) RAZRED.

*1. **Zlatarović Zlatko**
2. Žirovčić Ivo
3. Pisačić Janko
4. Radić Nikola
5. Arnold Gjuro
6. Perc Emanuel
7. Orešković Jovan

---

8. Brodski Vilim
9. Garapić Dane
10. Rojc Milan
11. Poplašin Franjo
12. Kumpf Kamilo
13. Göszl Ivan
14. Tkalac Stanko
15. Hilbert Dominik
16. Rajaković Oto
17. Martinec Vatroslav
18. Egersdorfer Hugo
19. Bolfan Stěpan
20. Cekuš Ljudevit
21. Bakoš Gustav
22. Benčić Adolfo
23. Špišić pl. Makso
24. Simić Oskar
25. Holjac Vladoje
26. Hatz Škender
27. Mišković Gjuro

---

28. Hirtz Franjo
29. Kitanić Oto
30. Šantak Vilim
31. Gvozdanović Kornel
32. Balog Dragutin
33. Kraljić Koloman
34. Gvozdanović Pavao

---

36. Polak Ljudevit
36. Denk Ljudevit
37. Hutter Josip
38. Novak Milan

Neizpitan:

39. Segen Žiga

VI.*b*) RAZRED.

*1. **Težak Josip**
2. Košak Tomo
3. Veličković Jovan
4. Krašković Ljudevit
5. Paulini Ivan
6. Blagaić Oskar
7. Kukić Aleksander
8. Dočkal Juraj
9. Vajdić-Marko

---

10. Hovanicki Skender
11. Nakić Stěpan
12. Beloberg Aleksander
13. Starčević Ante
14. Kalafatić Dragutin
15. Vendler Josip
16. Lešćan Mato
17. Quiquerez Ivan
18. Popović Janko
19. Dupelj Gjuro
20. Gjuričić Mate
21. Grozaj Albert
22. Hönigsberg Benko
23. Ivančić Franjo
24. Kristian Antun
25. Ivanuš Franjo
26. Bocak Josip
27. Knežević Miloš
28. Mikiša Andrija
29. Ledinski Cvětko
30. Medur Vatroslav
31. Broz Ivan
32. Kršnjavi Vatroslav
33. Smrekar Milan
34. Stipetić Dragutin

Neizpitani:

35. Borovečki Mirko
36. Pinotić Andrija
37. Kotzy Alfred.

Digitized by Google

V. RAZRED.

*1. **Žigrović Ivan**
2. Bèrleković Bogomir
3. Gojak Gjuro
4. Šubaj Arthur
5. Markulin Škender
6. Leskovac Milan

---

7. Kovačević Ivan
8. Sporčić Ilija
9. Laboš Vladislav
10. Crnčić Mirko
11. Košier Augusto
12. Vukovinski Stěpan
13. Osvald Janko
14. Guček Gjuro
15. Richter Ljudevit
16. Tominac Stěpan.
17. Vimmer Josip
18. Farkaš Ljudevit
19. Šubert Hugo
20. Strahinšćak Milan
21. Ostrelić Josip
22. Puc Franjo
23. Rački Vinko
24. Kovačić Josip
25. Kovačina Slavko
26. Mařik Slavko
27. Poljak Ladislav
28. Jurak Slavoljub
29. Krušlin Stěpan
30. Miač Antun
31. Rendulić Ivan
32. Müller Eugen
33. Sokač Žiga
34. Škulj Mijo
35. Gervais Nikola
36. Čopor Žiga
37. Leskovar Josip

---

38. Dolovčak Franjo
39. Svaštović Andrija
40. Mešeg Vojtěh
41. Zengeval Vojtěh

---

42. Popović Ivan
43. Gundrum Franjo
44. Zangel Ferdo
45. Smetko Mijo
46. Kirin Josip
47. Vinkler Eugen
48. Gjurišević Ljudevit

---

49. Ivanuš Ernesto

Neizpitani:

50. Béckh Rudolfo
51. Čikulin Andrija
52. Dutković Ante
53. Janda Ivan
54. Demetrović Gjuro
55. Dollhopf Gustav
56. Kapušin Dragutin
57. Matošić Josip.

IV.*a*) RAZRED.

*1. **Magovac Petar**
*2. **Kukolić Ivan**
3. Pavković Šandor
4. Malić Juraj
5. Žigrović Franjo
6. Dobrovoj Juraj
7. Zdešić Mirko

---

8. Miljan Věkoslav
9. Makay Mijo
10. Matić Svetozar
11. Mikac Aleksa
12. Ortner Gjuro
13. Jovan Dragutin
14. Partaš Radovan
15. Banutaj Mirko
16. Kaničar Ivan
17. Perok Filip
18. Hranilović Ivan
19. Tkalac Mirko
20. Trnski Bogoslav
21. Jambrečak Miroslav
22. Zulechner Josip
23. Hrovat Ivan
24. Belošević Stěpan
25. Dubrak Josip
26. Kovačić Antun
27. Lepušić Ivan
28. Antolković Mirko
29. Beluhan Stěpan
30. Maurović Ljudevit

---

31. Vardijan Milan
32. Hribar Franjo
33. Kelčec Andrija
34. Parapatić Vlado
35. Koritić Gustav
36. Pavin Ivan
37. Janda Arnold.

IV.*b*) RAZRED.

*1. **Pliverić Stěpan**
*2. **Kušt Petar**
3. Dojković Vilko
4. Kamenar Juraj
5. Riedl Dragutin

---

6. Pavičić Josip
7. Muha Vilko
8. Šubert Vilko
9. Peičić Vilim
10. Jurković Petar
11. Cernadak Vladimir
12. Boroša Stěpan
13. Bestić Mato
14. Balenović Adam
15. Lisak Franjo
16. Eibel Ivan
17. Schwarz Ljudevit
18. Čukac Vladislav
19. Albrecht Radivoj
20. Hranilović Koloman
21. Šušnjak Dragutin
22. Jakčin Stěpan
23. Gjurkovečki Vladoj

Digitized by Google

24. Fink Franjo
25. Čačić Vladimir
26. Štriga Miladin
27. Martinović Mile
28. Vrabec Mavro
29. Varjačić Nestor
30. Ožegović Ivan

31. Filipović Marko
32. Barac Levin

Neizpitan:

33. Prikril Franjo

Neizpitan:

34. Potočnjak Matej.

III.*a*) RAZRED.

*1. **Mihelić Franjo**
*2. **Starčević Ivan**
3. Pušek Gjuro
4. Raizner Engelbert
5. Bukl Antun
6. Šrabec Franjo

7. Gašparac Antun
8. Jurinić Stěpan
9. Janković Ivan
10. Težak Dragomir
11. Kucen Franjo
12. Mencin Josip
13. Adrinik Gjuro
14. Milković Jerolim
15. Krištufek Nikola
16. Pogačić Gjuro
17. Šmid Emanuel
18. Stergar Eugen
19. Hrabrić Antun
20. Muha Antun
21. Šebešić Nikola
22. Vizer Ljudevit
23. Štefanov Ivan
24. Bukovčan Baltazar
25. Klingspögl Konrad
26. Vidović Vojtěh
27. Bach Gustav
28. Fogl Věkoslav
29. Račić Andrija
30. Sačer Gjuro

31. Svetac Janko
32. Ključec Franjo
33. Kralj Ivan
34. Jurjević Roko
35. Horvatinović Petar
36. Petras Blaž
37. Peharc Rudolfo
38. Zajc Franjo

39. Gjurin Gjuro
40. Bišćan Janko
41. Kokot Josip

Neizpitani:

42. Martinović Mile.

III.*b*) RAZRED.

*1. **Spevec Franjo**
*2. **Mešeg Dragutin**
3. Mesler Franjo
4. Predoević Albert
5. Lang Josip
6. Frankl Ferdo
7. Godler Škender
8. Vikerhauser Božidar
9. Milić Oskar
10. Jakčin Gjuro
11. Tušek Damjan
12. Devidé Franjo
13. Petričko Petar
14. Makovička Ernest
15. Ivanuš Ljudevit
16. Turčić Luka
17. Galac Gjuro
18. Holjac Izidor
19. Butković Nikola
20. Dominić Franjo
21. Simić Vladimir
22. Malančec Mato
23. Lah Milan
24. Vučetić Stěpan
25. Vežić Niko
26. Hadrović Niko
27. Labaš Lacko
28. Jurčić Makso

29. Kovačević Stěpan
30. Štrein Valentin
31. Vernić Makso
32. Štimer Gjuro

33. Novak Ante
34. Köröskeny Oto
35. Hrusoczy Alfonso
36. Križanić Joso
37. Gjuran Franjo
38. Domjanić Milko
39. Balog Gjuro
40. Martinović Gjuro
41. Bakoš Aleksa
42. Novak Konrad
43. Hervoić Lacko

44. Milles Franjo
45. Zandonatti Ljudevit

Neizpitan:

46. Košica Franjo

II.*a*) RAZRED.

*1. **Chocholáč Josip**
*2. **Dürigl Bruno**
3. Kuten Stěpan
4. Grömer Josip
5. Podgajski Franjo
6. Verbanić Juraj
7. Cicak Ivan
8. Relić Makso
9. Grubešić Mato
10. Maurović Milivoj
11. Laboš Vladimir

Digitized by Google

12. Britvec Srećko
13. Löv Filip
14. Veselko Josip
15. Janda Slavko
16. Kèrsnik Stěpan
17. Puhek Mirke
18. Milić Stanislav
19. Vitner Ljudevit
20. Pasilović Stěpan
21. Peršin Vladimir

22. Veber Josip
23. Žirovčić Herman
24. Gjurkovečki Mirko
25. Taberšek Věkoslav
26. Šimunović Stěpan
27. Baj Franjo

28. Prikril Dragutin
29. Pajanović Slavoljub

30. Šušković Gustav
31. Švarc Oskar

32. Berkić Blagorod
33. Širer Adolfo

Neizpitan:

34. Hondl Dragutin.

II.*b*) RAZRED.

*1. **Paulić Juraj**
*2. **Kokstein Oskar**
3. Peerc Škender
4. Rohrauer Julijo
5. Pirnath Franjo
6. Brezinšćak Milan
7. Kašner Antun

8. Opačić Milan
9. Virag Škender
10. Bosek Mijo
11. Martinković Alberto
12. Kotović Ivan

13. Debeljak Josip
14. Starčević Martin
15. Tompa Janko
16. Janković Škender
17. Lepušić Augusto
18. Pollak Ivan
19. Vuković Vladoj

20. Barać Antun
21. Zlatarović Gjuro
22. Tedretz Roberto
23. Sivoš Ivan
24. Deutsch Emanuel

25. Hallady Franjo.

26. Martinović Nikola
27. Kašner Věkoslav
28. Švarc Alberto
29. Širolla Josip

30. Šauff Theodor
31. Miljan Vladimir
32. Fajnek Ljudevit
33. Urbanić Ivan.

I.*a*) RAZRED.

*1. **Spevec Andrija**
*2. **Ilić Stěpan**
3. Filjak Rudolf

4. Krajišćan Aleksa
5. Singer Samuel
6. Ključec Milan
7. Jendriš Mihajlo
8. Fischbach Mirko
9. Novak Dragutin
10. Panian Eugen
11. Segher Ferdo
12. Kummer Franjo
13. Tkalec Juraj
14. Brückner Bernard
15. Mücke Hinko
16. Kohn Arnold
17. Miškić Milan
18. Perok Ladislav

19. Vukotić Andrija
20. Car Lazar
21. Dominko Josip
22. Stolac Josip
23. Brotzky Albin
24. Peterčić Milivoj
25. Heinz Antun
26. Hranilović Hinko
27. Flögel Rikard

28. Matijak Stěpan
29. Herkov Hinko
30. Barbot Miroslav
31. Kaničar Rudolf
32. Sačer Radoslav

33. Jovanović Simeon
34. Draganec Milan
35. Krizmanić Ladislav

36. Hochsinger Žiga
37. Vormastini Stanko
38. Janković Juraj
39. Broz Kvirin
40. Podolšak Ivan
41. Trepo Leonard
42. Mučnjak Dragutin
43. Gajski Slavoljub

44. Barešić Stěpan
45. Bakliža Mirko
46. Mattačić Kolomen
47. Tuškan Stanko
48. Lepštik Nikola
49. Pevek Luka

Neizpitan:

50. Šiffer Věkoslav.

Digitized by Google

I.*b*) RAZRED.

*1. **Kofranek Oskar**
*2. **Vučetić Ivan**
3. Perc Vilim
4. Trnski Dušan
5. Kolar Alfred
6. Segedi Nikola
7. Hervoić Stěpan
8. Maraković Petar

---

9. Starčevič Pavao
10. Abodić Šandor
11. Mudrovčić Josip
12. Batušić Antun
13. Metelka Janko
14. Medvedić Budimir
15. Sivoš Slavoljub
16. Kürschner Franjo
17. Šenk Dragutin
18. Matica Nikola
19. Kukuljević Božidar
20. Cvetko Franjo
21. Kašaj Franjo
22. Lovrenčić Ljudevit
23. Hregljanović Guido
24. Körbler Viktor
25. Čačković Stěpan
26. Jendrašić David
27. Terzić Vaso
28. Imprić Nikola
29. Martinić Ivan
30. Medvedec Nikola
31. Horvat Ladislav
32. Gmaz Lavoslav
33. Klemen Mirko
34. Fizir Ferdo
35. Miholić Mirko
36. Hregljanović Vuk
37. Jambrečak Edo
38. Mlinarić Elzear.

---

39. Jančo Viktor
40. Lukačić Stěpan
41. Krsnik Mirko

---

42. Kottas Skender
43. Tenkoni Josip
44. Cerovac Ljudevit
45. Semelić Julio.

---

46. Luketić Skender
47. Faget Julio
48. Miletić Dominik
49. Kaiser Alfred

Neizpitan:

50. Mirt Mato.

Buduća će se školska godina početi 2. listopada 1871.

U Zagrebu 30. sèrpnja 1871.

Josip Kostić,
kr. gimn. ravnatelj.

Digitized by Google

Digitized by Google